This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Library
of the
University of Wisconsin

FACULTE DES SCIENCES DE GRENOBLE

Electricité

INDUSTRIELLE

4me ANNÉE

Leçons sur les notions fondamentales relatives à

L'ÉTUDE PRATIQUE DES COURANTS ALTERNATIFS

Cours public professé par

M. J. PIONCHON,

Docteur ès-sciences, professeur de Physique, chargé du cours d'Electricité industrielle à la Faculté des Sciences de Grenoble.

GRENOBLE

ALEXANDRE GRATIER et Cie, Libraires-Editeurs (Ancienne Librairie Maisonville),

23, Grande-Rue, 23

1895.

4381
12 1902
N
J25
4
6968233

Faculté des Sciences de Grenoble.

Electricité industrielle

(4e Année)

Cours public
professé
par J. Tionchon

Docteur es-sciences, Professeur de Physique,
Chargé du Cours d'Electricité industrielle à la Faculté des Sciences.

Leçons
sur les
notions fondamentales relatives à l'étude pratique des courants alternatifs.

1ère Leçon

Préambule. Les courants alternatifs ; Considérations générales. Programme du cours.

Messieurs,

Le regret que vous éprouvez de ne pas retrouver dans cette chaire l'éminent et sympathique professeur dont vous suiviez depuis trois ans, avec tant d'intérêt et de profit, les savantes leçons, vous n'êtes point seuls à le ressentir. Vous n'êtes point seuls à apprécier la perte que fait l'Enseignement de l'Électricité Industrielle par suite de l'appel à Paris de celui qui en avait été dans cette Université le si distingué créateur. Tous ceux qui de loin avaient applaudi à l'intelligente initiative d'où est sorti cet enseignement ; tous ceux qui privés du plaisir de goûter directement comme vous la parole aussi brillante que savante du jeune professeur, pouvaient du moins, grâce à la publication qui était faite de ses leçons, en recueillir et en mettre à profit la substance ; tous ceux enfin qui, à un titre quelconque, s'intéressaient

à ce qu'on pourrait appeler l'École Grenobloise d'Électricité Industrielle, tous ceux-là, dis-je, comprendront vos regrets et les partageront.

Ce que fut en elle-même l'œuvre des fondateurs de ce cours, si bien servie par le talent de M. Janet, son utilité locale et régionale, je n'ai pas à vous l'apprendre. A tous ses mérites propres elle joint celui d'avoir, comme toutes les œuvres d'initiative hardie et heureuse, servi d'exemple en divers lieux à des œuvres du même genre. C'est ainsi que l'année dernière la Société des amis de l'Université de Bordeaux décida de mettre à la disposition de la Faculté des sciences de cette ville une bonne partie de son revenu annuel pour subventionner, avec le concours de l'État, un Cours d'Électricité industrielle. C'est ainsi encore que, cette année même, le Conseil municipal de Marseille, et le Conseil général des Bouches-du-Rhône, en prêtant à l'État un concours des plus généreux, ont obtenu la création à la Faculté des sciences de Marseille d'une chaire magistrale consacrée à ce même enseigne-ment de l'Électricité industrielle.

Les généreux souscripteurs groupés par la Chambre de Commerce de Grenoble, le Conseil Municipal, le Conseil général de l'Isère, peuvent, comme vous le voyez, être fiers du succès non seulement local, mais on peut dire aussi national de leur initiative; et ils estimeront

sans doute qu'après la période d'essai qui lui avait été assignée pour faire ses preuves, une œuvre si bien conçue, si utile, si hautement appréciée, méritera de recevoir le caractère d'une institution régulière et définitive.

Puissent mes efforts répondre comme je le voudrais à l'attente de ceux qui m'ont fait le très grand honneur de m'appeler à contribuer à l'affermissement et au développement de cette œuvre ! S'il me manque quelques unes des conditions requises pour le parfait accomplissement de la tâche que j'ai assumée, ce ne sera, qu'il me soit permis de l'affirmer, ni le désir de bien faire, ni l'amour de la science qui fait l'objet de ce cours, ni le dévouement aux intérêts de notre belle province Dauphinoise.

Une première preuve de ma bonne volonté et du souci que j'apporte de n'altérer en rien le caractère et l'ordonnance présentés jusqu'à ce jour par ce cours, vous est donnée par le choix même du sujet dont je vais commencer cette année à vous entretenir. Ce sujet, suite naturelle de ceux que vous avez étudiés jusqu'à présent sera l'examen méthodique de toutes les questions susceptibles de conduire à la parfaite intelligence pratique des propriétés, de la production et de l'utilisation des courants alternatifs.

Avant de s'engager dans l'étude détaillée et

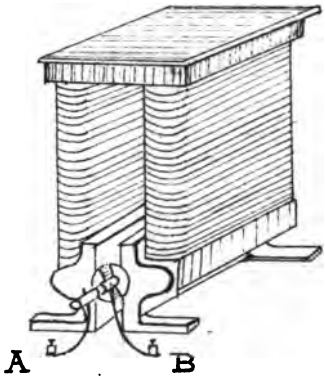
approfondie d'un sujet quelconque, il est toujours bon d'en posséder une idée générale : C'est ainsi que nous éprouvons le besoin de feuilleter d'abord un livre que nous avons le dessein de lire, et de déterminer d'avance, dans ses grandes lignes, par un itinéraire, un voyage que nous nous proposons de faire. Cette première leçon va donc être consacrée à satisfaire, dans la mesure du possible, le désir d'aperçus généraux qu'éveille sans doute dans votre esprit l'annonce de l'étude des Courants alternatifs.

Cette notion de courants alternatifs n'est pas une nouvelle venue dans les laboratoires de Physique. Elle s'est introduite dans la science il y a déjà plus de 60 ans lors de la découverte des premières machines d'induction.

Pour vous rappeler les observations auxquelles donnèrent lieu ces machines je prendrai non pas une des toutes premières, comme celles de Pixii ou de Clarke, dont les effets sont trop peu intenses pour être visibles de loin, mais une de celles qui, par la grandeur de leurs effets, servirent de transition entre les premiers appareils de laboratoire et les premières machines industrielles. Telle est par exemple la machine de Sadd dont vous voyez ici un exemplaire (fig. 1).

Cette machine consiste essentiellement en une bobine pouvant recevoir un mouvement de rotation entre les pôles d'un électro-aimant. Les extrémités du fil de la bobine, ou fil induit, communiquent avec des virolles portées par l'arbre et isolées

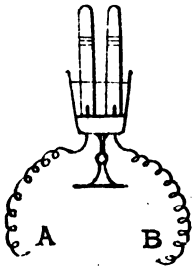
(fig. 1)



l'une de l'autre. Des ressorts frottant contre ces virobes mettent les extrémités du fil en communication permanente avec deux bornes que nous appellerons les bornes de la machine et que nous désignerons par les lettres A et B.

Mettons ces bornes en relation avec les électrodes d'un voltamètre à eau acidulée (fig. 2) et faisons tourner la bobine. Nous voyons des bulles de gaz se dégager sur les deux électrodes.

(fig. 2)



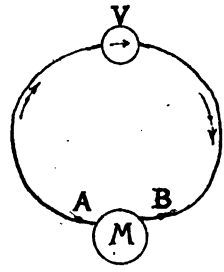
Au premier abord ce phénomène semble identique à celui qu'on observe lorsque les électrodes d'un voltamètre sont réunies aux pôles d'une pile. Mais il n'en est rien. Au lieu d'être inégaux comme dans le cas de la pile les volumes de gaz dégagés par la machine sont sensiblement égaux entre eux. Dans le cas de la pile,

l'une des éprouvettes contient uniquement de l'oxygène et l'autre uniquement de l'hydrogène. Dans le cas de la machine, chacune des éprouvettes contient un gaz tonnant qui est un mélange d'oxygène et d'hydrogène.

Dans le cas de la pile, le circuit est considéré comme le siège d'un courant de sens déterminé et toujours le même pendant toute la durée de la décomposition de l'eau, ce sens étant celui qui va, dans le voltamètre, de l'électrode à oxygène à l'électrode à hydrogène. La 1ère électrode se nomme alors électrode d'entrée ou <u>anode</u>, et la seconde électrode de sortie du courant ou <u>cathode</u>

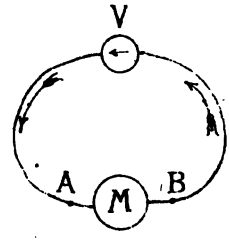
Peut-on dire de même que le voltamètre relié à la machine ait été pendant l'action de celle-ci le siège d'un courant de sens unique et déterminé ? Evidemment non puisqu'il est impossible de faire ici une distinction entre les effets obtenus aux deux électrodes et celles-ci paraissant par conséquent avoir joué exactement le même rôle. Comment donc interpréter le résultat observé ?

Si nous faisons l'application des lois de l'induction au fil induit de la machine, nous trouvons que pendant une moitié de chaque révolution la force-électromotrice d'induction doit avoir un certain sens et pendant l'autre moitié un sens contraire. On peut donc penser que pendant une moitié de chaque révolution le circuit comprenant la machine M et le voltamètre V est le siège d'un courant dans le sens AVBM par exemple. (fig. 3).



(fig. 3)

et pendant l'autre moitié le siège d'un courant dans le sens contraire AMBV (fig. 4)



(fig. 4)

S'il en est ainsi, chaque électrode du voltamètre doit être à tour de rôle anode et cathode et on comprend qu'à l'éprouvette qui la recouvre elle fournisse alternativement de l'oxygène et de l'hydrogène.

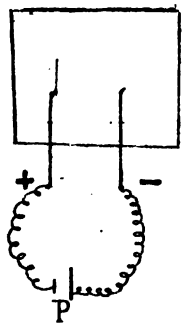
Il est facile de constater directement le caractère alternativement positif et négatif de chacune des bornes A et B.

Rappelons-nous pour cela le fait depuis longtemps mis à profit par les inventeurs de télégraphes électrochimiques, savoir que si l'on pose sur une feuille de papier imprégnée de cyanure de potassium les pointes de deux styles de fer jouant le rôle d'électrodes, celui des deux styles qui est positif marque sur le papier une trace bleue, le cyanogène du cyanure de

décomposé y formant du cyanure de fer et par suite du bleu de prusse. Si l'on déplace les styles par rapport à la feuille de papier ou vice-versa, le style positif trace une ligne bleue.

Mettons en premier lieu les styles que voici en rotation avec les poles d'une pile; nous voyons le style positif marquer sur la feuille de papier une ligne bleue continue.

(fig. 5)

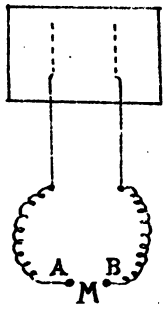


(fig. 5)

Cette ligne s'interrompt dès que le style cesse d'être positif, soit pour devenir neutre soit pour devenir négatif. Ce dernier cas est réalisé si l'on intervertit à l'aide d'un commutateur le sens du courant; alors le deuxième style devient positif et donne une trace bleue.

Mettons en second lieu les styles en relation avec les bornes de la machine en activité. Nous voyons chacun d'eux marquer sur la feuille de papier une série de traits bleus séparés par des intervalles blancs (fig. 6).

(fig. 6)



Comme les traits bleus de chacun d'eux correspondent aux intervalles blancs de l'autre, il faut en conclure que les styles deviennent positifs et négatifs alternativement. (1)

Pas de doute par conséquent : la machine donne dans le conducteur établi entre ses bornes une série de courants dirigés alternativement dans un sens et en sens contraire. Il en est de même de toutes les machines d'induction dont la force électromotrice change de sens périodiquement. C'est aux courants variables non seulement en intensité mais aussi en direction ainsi obtenus qu'on a donné le nom de <u>courants alternatifs</u>.

Lorsqu'un conducteur est le siège d'un courant alternatif il est corrélativement le siège d'un dégagement de chaleur. Voici un fil de platine, des filaments de charbon, dans lesquels le dégagement de chaleur en question est assez considérable pour se manifester par une incandescence. N'ayant pas connaissance de l'appareil auquel sont reliés ces conducteurs vous ignorez à première vue si le courant dont ils sont le siège est continu ou alternatif. Il est facile de constater que ce courant n'est pas continu : un ampèremètre introduit dans le circuit reste au zéro, ce qui n'aurait pas lieu si le courant était continu. D'ailleurs si nous relions à deux points du circuit les deux

---

(1) Nous verrons prochainement l'ingénieuse application que M. Janet a réussi à faire de cette inscription électrochimique à l'étude des courants alternatifs.

styles de notre appareil à cyanure de potassium, les lignes bleues interrompues que nous obtenons nous prouvent que le courant est alternatif. Ce courant est celui que nous fournit la Société Grenobloise d'Eclairage électrique.

Vous constatez également qu'il est possible avec ce même courant alternatif de faire jaillir un arc électrique entre deux pointes de charbon. Vous concevez donc que les courants alternatifs aient pu tout aussi bien que les courants continus être appliqués à la production de la lumière électrique sous ses deux formes nouvelles : l'arc et l'incandescence.

Pour répondre aux principaux besoins de l'Industrie, une installation électrique doit permettre la distribution à distance non seulement de l'énergie calorifique ou lumineuse, mais aussi de l'énergie mécanique. Or, à cette deuxième exigéance les courants continus ont été les premiers à répondre. Aussi pendant longtemps les installations à courants alternatifs, restreintes exclusivement à l'éclairage, ont elles été beaucoup moins nombreuses et moins importantes que les installations à courants continus qui pouvaient se plier à la fois à des applications calorifiques, lumineuses, mécaniques et chimiques.

Abstraction faite de cette infériorité dans le nombre de

leurs applications, les installations à courants alternatifs attiraient l'attention par des qualités précieuses.

Les machines à courants alternatifs sont en effet d'une construction simple et économique. Elles n'exigent pas, comme les machines à courants continus, des collecteurs compliqués, coûteux, donnant lieu à des étincelles. Tandis que dans les machines à courants continus la nécessité d'éviter entre les touches successives du collecteur des différences de potentiel trop considérables oblige à restreindre beaucoup le nombre des pôles, dans les machines à courants alternatifs on peut sans difficulté multiplier le nombre des pôles et faire en sorte que l'induit coupe un très grand nombre de fois par seconde les flux inducteurs. On réalise ainsi aisément des tensions élevées qu'on peut d'ailleurs élever encore à l'aide d'appareils spéciaux. Or pour la transmission de l'énergie électrique aux grandes distances il est indispensable d'opérer avec des tensions élevées qui seules s'accommodent de canalisations à faible section et partant économiques. On a pu, il est vrai, réaliser des génératrices à courants continus offrant des tensions de plusieurs milliers de volts; mais l'isolement des lignes présente alors des difficultés considérables, par suite d'un transport d'humidité qui a lieu des fils positifs aux fils négatifs et aussi en raison de

ce que les matières isolantes soumises à des différences de potentiel continues subissent une sorte d'électrolyse d'où résulte une assez prompte altération. Avec les courants alternatifs ces inconvé-nients ne se manifestent pas : d'une part il n'y a pas de trans-port d'humidité ; d'autre part les matières isolantes suppor-tent sans altération des différences de potentiel alternatives considérables, au point qu'il est plus facile d'isoler un conduc-teur devant supporter une différence de potentiel alternative allant jusqu'à 10000 volts qu'un conducteur destiné à sup-porter une différence de potentiel continue de 200 volts seulement.

Production facile, transport plus économique aux grandes distances tels étaient les avantages séduisants de l'énergie électrique fournie par les courants alternatifs. On concoit donc que de nombreuses recherches aient été entreprises pour amener ces courants à rivaliser dans la pratique avec les courants continus.

Que fallait-il faire pour obtenir un pareil résultat ? d'abord écarter les dangers que présentaient les courants alternatifs à hautes tensions et rendre l'utilité de ces courants pratiquement égale à celle des courants con-tinus en les adaptant à la production de l'énergie méca-nique comme ils l'étaient déjà à celle de la lumière.

Les dangers ont été écartés par l'emploi des

transformateurs qui convertissent les courants de hautes tensions en courants de basses tensions. Quant à l'adaptation des courants alternatifs à la mise en action de moteurs électriques elle est aussi aujourd'hui, grâce à des prodiges d'ingéniosité, un fait accompli.

C'est à la connaissance et à l'appréciation exact des travaux et des découvertes qui ont préparé cette évolution nouvelle de l'industrie électrique que nous allons nous efforcer de parvenir.

Pour vous conduire à ce but, je ne craindrai point, Messieurs, de vous demander les quelques efforts d'attention qui seront nécessaires pour l'établissement d'un certain nombre de notions nouvelles sans lesquelles les moyens mis en œuvre dans les applications des courants alternatifs vous resteraient complètement incompréhensibles.

Une simple remarque peut déjà vous faire pressentir que vous allez être, en effet, en présence d'un nouvel ordre de phénomènes pour l'étude desquels vos connaissances antérieures tout en étant nécessaires ne sont point suffisantes. Il existe pour déterminer l'énergie consommée dans un appareil récepteur animé par un courant continu une méthode qui vous est familière et qui consiste à combiner la lecture d'un ampère-mètre intercalé dans le circuit avec celle d'un voltmètre mis en dérivation aux

deux bornes du récepteur. Or si vous essayiez de l'appliquer à un récepteur animé par un courant alternatif vous la trouveriez complètement en défaut. Vous avez vu, en effet, tout à l'heure qu'un ampèremètre ordinaire introduit dans un circuit à courant alternatif ne donne aucune indication. La mesure de l'énergie mise en jeu par un courant alternatif exige donc d'autres méthodes et d'autres appareils.

Un courant alternatif, d'une manière générale, est un phénomène plus complexe qu'un courant continu, car c'est un phénomène périodique. Un conducteur qui est le siège d'un tel courant offre à l'observation non pas une différence de potentiel permanente non plus qu'une intensité de courant invariable, mais autant de différences de potentiel, autant d'intensités de courant qu'il y a d'instants dans la période. Nous aurons donc à rechercher dans chaque cas quelle est la période, quelle est la série des différences de potentiel, quelle est la série des intensités de courant qui se succèdent pendant cette période; nous aurons à distinguer la différence de potentiel et l'intensité à un instant donné, la différence de potentiel et l'intensité moyenne pendant une période; nous devrons aussi rechercher la signification des indications données respectivement par un électromètre ou un galvanomètre

soumis à l'action de la série de ces différences de potentiel ou de ces intensités de courants successives.

Nous verrons qu'un conducteur au lieu d'influer sur le régime d'un courant alternatif par sa seule résistance comme dans le cas des courants continus intervient en outre par ce qu'on appelle son coëfficient de self induction et aussi par sa capacité ; nous serons en conséquence amenés à considérer une grandeur nouvelle pour représenter l'influence d'un conducteur à ce nouveau point de vue. Nous reconnaîtrons qu'un courant alternatif peut s'accommoder soit de l'intercalation dans son circuit soit de la mise en dérivation d'un condensateur, alors que dans le premier cas un courant continu, comme vous le savez ne pourrait exister. Il y aura donc lieu d'étudier l'influence d'un ou de plusieurs condensateurs ainsi disposés. Enfin ce n'est que lorsque nous connaîtrons bien les différents effets dont un courant alternatif est capable que nous pourrons concevoir et réaliser des méthodes correctes de mesure de l'énergie mise en jeu.

Toutes ces questions et d'autres qui s'y rattachent constituant une introduction obligée à la connaissance des moyens de production, de distribution et d'utilisation des courants alternatifs devront nécessairement nous occuper

tout d'abord ; aussi est-ce à leur étude que seront consacrées les leçons de cette année.

Vous le voyez, Messieurs, en formant le plan de ce cours, j'ai pensé que le mobile qui vous attirait ici n'était point une curiosité vaine et superficielle, mais un désir sincère d'apprendre et de comprendre. J'estime, en effet, que pour que ces Leçons contribuent utilement à votre instruction technique, il faut qu'elles vous mettent en possession de notions précises solidement établies, logiquement enchaînées, offrant en un mot le caractère d'une science, science modeste peut-être, mais réelle et de nature à vous donner dans la pratique l'esprit d'initiative, de perfectionnement et d'invention qui ne saurait résulter d'un simple empirisme.

Tel était aussi le sentiment de M. Janet lorsqu'il vous déclarait si justement que cet enseignement, étant donné ici, devait avoir les hautes qualités d'un enseignement supérieur.

Ces qualités de méthode, de rigueur, de généralité n'excluent pas d'ailleurs la simplicité et la clarté. Soyez donc bien persuadés que parmi toutes les voies susceptibles de conduire au but que je crois utile d'atteindre je m'appliquerai toujours à vous présenter les plus directes et les plus simples. Je ne vous dirai point sur chaque sujet tout ce qu'on en peut dire, mais uniquement ce qui me semblera le plus nettement établi et le plus utile à la for-

-fection de vos connaissances pratiques définitives.

L'expérience sera constamment non seulement notre point de départ mais notre guide. Comme pour acquérir la notion exacte des faits il ne suffit pas d'être spectateurs des phénomènes mais qu'il est indispensable d'en avoir une pratique intime et familière, vous serez appelés à répéter vous-mêmes les principales expériences de démons-trations et de mesures ; et afin que cet enseignement pra-tique du laboratoire s'associe aussi étroitement que possible à l'enseignement didactique du cours je me pro-pose de faire alterner les séances de cours et les séances de travaux pratiques.

Étant essentiellement pratique dans ses moyens comme il est et doit être essentiellement pratique dans son but cet enseignement portera, je l'espère, tous les fruits que ses fondateurs ont cru pouvoir en attendre.

2e Leçon

Représentation graphique des grandeurs variables. Appareils enregistreurs. Grandeurs périodiques.

Pour bien comprendre les procédés d'observation appliqués à l'étude des phénomènes dont sont le siège les conducteurs parcourus par des courants alternatifs ou les corps soumis à leur action; pour être en état d'employer correctement ces procédés et d'en imaginer au besoin de nouveaux, il est indispensable d'acquérir, à l'aide de quelques exemples simples empruntés à diverses branches de la physique, l'intelligence et la pratique familière des méthodes générales d'observation dont ces procédés ne sont que des applications particulières.

On n'a une connaissance exacte et complète de l'évolution d'une grandeur variable que lorsqu'on est en état de répondre en toute généralité à la question suivante : quelle valeur de cette grandeur répond à tel ou tel instant de son évolution; ou, inver-

-sement, à quel instant de cette évolution correspond telle ou telle valeur de la variable ? En d'autres termes, pour définir d'une ma-nière précise la loi de l'évolution d'une grandeur variable il faut faire correspondre à chaque nombre représentant une valeur numé-rique de cette grandeur un nombre caractérisant l'instant d'appa-rition de cette valeur dans le temps.

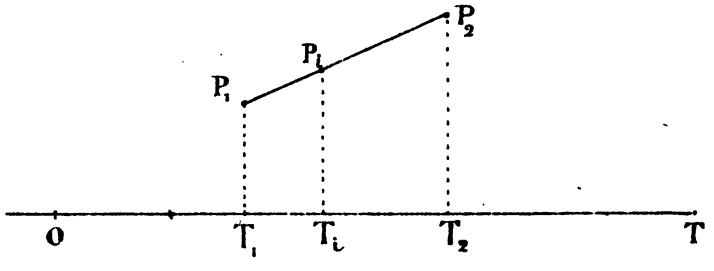
Si les valeurs à considérer de la grandeur en question sont en nombre fini, on peut se borner à en dresser une liste et à inscrire en regard les nombres désignant les instants correspondants. C'est ainsi, par exemple, qu'on fait connaître la marche des trains dans les indicateurs ordinaires de chemins de fer. Mais ce mode de représentation arithmétique ou par tableaux de chiffres devient impossible si les valeurs à envisager sont en nombre infini. On emploie alors un mode de représentation géométrique consistant à faire correspondre, dans un plan, à chaque valeur de la variable un point ayant une ordonnée numériquement égale à cette valeur, et une abscisse numériquement égale au temps correspondant. On obtient ainsi une ligne dont la continuité répond à la continuité de la variation considérée et dont l'allure particulière peint en quelque sorte aux yeux la loi de succession et de répartition dans le temps des valeurs de la variable.

Les graphiques des chemins de fer fournissent un des exemples les plus simples de ce mode de représentation.

Soit à représenter les déplacements d'un convoi animé d'un

mouvement de translation uniforme entre deux stations S_1, S_2 données par leurs distances d_1 et d_2 à un même point de repère. Soient respectivement t_1 et t_2 les instants de passage du convoi à ces deux stations. Portons sur une droite OT (fig. 7) à partir d'un point O des longueurs OT_1, OT_2 qui, relativement à une certaine échelle, soient numériquement égales à t_1 et t_2 et aux points T_1 et T_2 élevons des perpendiculaires $T_1 P_1$, $T_2 P_2$, qui mesurées à une échelle également déterminée, soient numériquement égales à d_1 et d_2.

(fig. 7)



Il est facile de voir que la ligne représentative de la marche du convoi entre les deux stations S_1 S_2 est la droite P_1 P_2. En effet, les distances du convoi au point de repère croissant proportionnellement au temps, si d_i est la valeur de la distance à un instant t_i on doit avoir :

$$\frac{d_i - d_1}{t_i - t_1} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

Or si P_i est le point de la droite $P_1 P_2$ qui correspond à l'abscisse t_i on a :

$$\frac{P_i T_i - d_1}{t_i - t_1} = \frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

Donc $P_i T_1$ est égal à d_i et le point représentatif de la distance d_i appartient bien à la droite $P_1 P_2$.

Tous les mouvements de translation uniformes sont ainsi représentés par des lignes droites qui diffèrent les unes des autres par leur inclinaison sur la ligne OT si les vitesses de translation qui caractérisent ces mouvements sont différentes. L'inclinaison est en effet d'autant plus grande que la vitesse est plus grande. Celle dernière est donnée par le quotient :

$$\frac{d_2 - d_1}{t_2 - t_1}$$

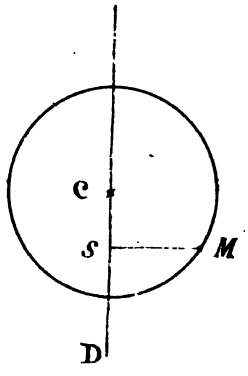
Le graphique de la marche d'un train se compose d'une série de tronçons de lignes droites placés à la suite les uns des autres. Il permet d'après ce qui précède de trouver la position du train à un instant donné ou inversement l'instant de son passage en un point donné du parcours et enfin la vitesse en un point ou à un instant donnés.

Si le mouvement du mobile au lieu d'être une succession de mouvements uniformes était un mouvement constamment varié

la ligne représentative, au lieu d'être constituée par une ligne brisée devrait constituée par une ligne courbe. Il en est ainsi par exemple pour le mouvement de translation d'un corps qui tombe. Ce mouvement étant uniformément accéléré, sa ligne représentative est une parabole.

Nous aurons un exemple d'une grandeur variable osciliant entre deux limites finies si, étant donné un corps animé d'un mouvement de rotation autour d'un axe, nous envisageons la distance d'un de ses points à un plan fixe passant par cet axe, ce qui revient à considérer un point M, décrivant, dans un plan, un cercle autour d'un point fixe C (fig. 8) et à envisager la distance MS de ce point, à une droite diamétrale fixe D.

(fig. 8)



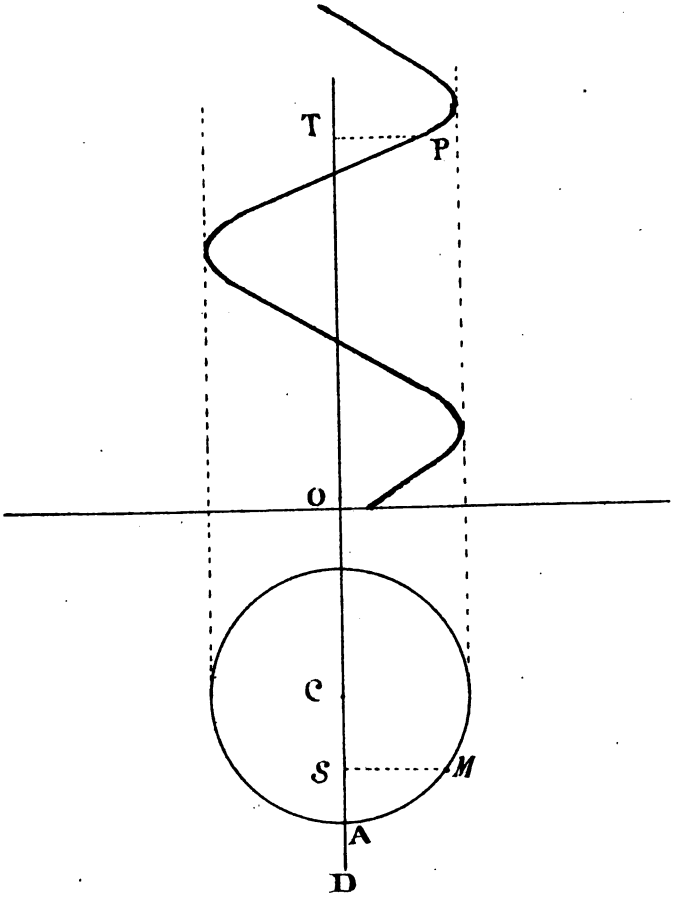
Il est clair que cette distance ne prend, de part et d'autre de la droite D, que des valeurs comprises entre zéro et le rayon du cercle.

Supposons le mouvement de rotation uniforme et proposons-nous de déterminer la ligne représentative des variations de la distance MS. La connaissance de cette ligne présente, pour la suite de nos études, un intérêt tout particulier.

Concevons un cylindre circulaire droit ayant ~~pour~~ base le cercle décrit par le point M. Considérons sur ce cylindre une ~~hélice~~ quelconque et imaginons la parcourue par un point H de telle façon que la projection de ce point sur le cercle de base coïncide à chaque instant avec le point M. L'ascension d'un point sur une hélice, d'après la nature même de cette courbe, étant proportionnelle aux déplacements de sa projection sur le cercle de base, le point M s'éloignera de la base du cylindre de quantités proportionnelles au temps, puisque le déplacement de M est uniforme. Ceci étant, considérons la projection de l'hélice sur un plan perpendiculaire à la droite D. Cette projection est la courbe décrite par la projection du point H sur ce plan. Elle consiste (fig. 9) en une ligne sinueuse comprise entre deux parallèles situées de part et d'autre de la projection OT de l'axe du cylindre à une distance de OT égale au rayon.

L'ordonnée TP du point P par rapport à la droite OT est égale à chaque instant à la distance MS du point M à la droite D. L'abscisse OT de ce même point P étant égale à la hauteur du point H au-dessus de la base du cylindre est proportionnelle au temps. La ligne des points P, c'est-à-dire

(fig. 9)



la projection de l'hélice sur le plan perpendiculaire à la droite D n'est donc autre que la ligne représentative des distances du point M à la droite D.

On donne à cette ligne le nom de <u>sinussoïde</u> car les distances du point M à la droite D sont proportionnelles[1] aux

---

[1] Le coefficient de proportionnalité est le rayon du cercle, on a donc :

MS = R sinus DCM.

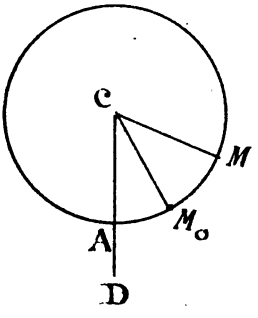
quantités qu'on appelle en géométrie les sinus des angles compris entre la droite fixe D et le rayon mobile CM.

Soit M_0 la position initiale du point M, c'est-à-dire celle qui correspond à l'instant à partir duquel est compté le temps t. Désignons par φ l'angle plus petit que deux droits séparant le rayon CM_0 du rayon CA. L'angle correspondant à une position M du point mobile sera égal à l'angle décrit par le rayon mobile depuis sa position initiale augmenté ou diminué de l'angle φ.

On aura :

$$ACM = M_0CM + M_0CA$$

(fig. 10)

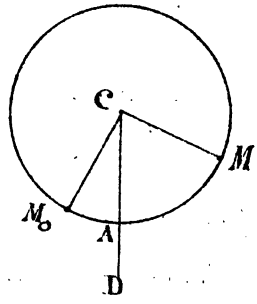


Dans le cas (fig. 10) où le point M se sera éloigné du point A en partant de M_0.

On aura, au contraire :

$$ACM = M_0CM - M_0CA$$

(fig. 11)



Dans le cas (fig. 11) où le point M se sera rapproché du point A en partant de M_0.

Pour évaluer l'angle $M_0 CM$ décrit par le rayon mobile depuis sa position initiale, il suffit de connaître le temps t employé par le point M pour aller de M_0 en M ainsi que le temps T correspondant à une révolution, c'est à dire au parcours d'une circonférence. L'angle $M_0 CM$ sera à un tour entier comme t est à T puisque le mouvement est uniforme. La valeur numérique de l'angle correspondant à un tour étant 2π, lorsqu'on prend comme unité d'angle l'angle au centre interceptant un arc égal au rayon, la valeur numérique de l'angle $M_0 CM$ sera :

$$\frac{t}{T} \quad 2\pi$$

On aura donc :

$$ACM = \frac{t}{T} 2\pi \pm \varphi \qquad \text{et par suite :}$$

$$MS = CA \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi \pm \varphi\right)$$

Le point M passant alternativement d'un coté et de l'autre de la droite D, sa distance à cette droite nous offre l'exemple d'une grandeur pouvant être comptée dans deux sens différents. Ces deux sens sont indiqués sur la ligne représentative par des parties situées alternativement d'un coté et de l'autre de la ligne médiane — passant par les points figurant les valeurs nulles.

Etant donnée une grandeur variable quelle quelle soit, on peut toujours concevoir un point mobile se déplaçant dans un plan suivant une loi correspondante, c'est-à-dire de telle façon que ses ordonnées par rapport à une ligne OT soient liées aux abscisses par la relation même qui lie au temps les valeurs de la grandeur considérée.

Non seulement un tel mouvement est imaginable, mais dans la plupart des cas il est réalisable expérimentalement. Très souvent, en effet, il est possible d'établir entre le corps ou l'appareil qui est le siège des variations d'une grandeur G et un point mobile sur une surface, une liaison physique telle que, la surface se déplaçant dans un sens proportionnellement au temps, le point mobile se déplace dans un sens perpendiculaire de quantités proportionnelles aux variations de la grandeur G. Si donc le point mobile laisse

sur la surface la trace de ses différentes positions, cette trace sera une ligne représentative des variations de la grandeur G, tracée automatiquement par l'appareil lui-même et au cours même de son évolution.

Tout dispositif permettant d'obtenir un tel résultat constitue ce qu'on appelle un *appareil enregistreur*.

C'est ainsi, par exemple, qu'on peut obtenir à l'aide de l'appareil appelé *indicateur de Watt* la représentation graphique des différentes valeurs de la pression dans le cylindre d'une machine à vapeur. Le manomètre employé à cet effet est un ressort à boudin sur lequel la vapeur agit par l'intermédiaire d'un petit piston. La flexion du ressort étant d'autant plus grande que la pression est plus grande, les variations de cette dernière détermineront un déplacement proportionnel du piston et de tout point qui en sera solidaire. Qu'un crayon, par exemple, soit fixé à la tige de ce piston indicateur, que sa pointe repose sur une feuille de papier se déplaçant dans un sens perpendiculaire de quantités proportionnelles au temps, et cette pointe tracera sur la feuille de papier une ligne dont les ordonnées feront connaître les pressions aux différents instants marqués par les abscisses.

Il est des cas où l'établissement d'une liaison matérielle entre le système qui est le siège d'un phénomène et un appareil enregistreur ne saurait avoir lieu sans altérer

la loi de variation de la grandeur à étudier. Si l'on adaptait, par exemple, à un pendule un index muni d'une pointe traçante s'appuyant sur une feuille de papier le frottement de la pointe contre cette dernière introduirait dans le mouvement du pendule une cause étrangère d'amortissement.

Dans tous les cas de ce genre on peut néanmoins faire usage de la méthode graphique, en substituant aux liaisons matérielles irréalisables une liaison optique. Que le système mobile soit muni d'un miroir ou d'une lentille; qu'on dirige sur ce miroir ou cette lentille un faisceau lumineux fixe, et l'on obtiendra un faisceau réfléchi ou réfracté mobile qui jouant le rôle d'un index, mais d'un index immatériel, accusera fidèlement et sans la moindre perturbation le mouvement à étudier. Pour conserver la trace des déplacements de cet index lumineux il suffira de le recevoir sur une feuille de papier photographique.

C'est par cette méthode optique que sont faites actuellement dans les laboratoires les observations galvanométriques ou électrométriques et d'une manière générale toutes les observations dans lesquelles il s'agit d'apprécier avec précision un déplacement angulaire d'une pièce mobile. L'application de la photographie à l'enregistrement des déviations d'un électromètre a été réalisée pour la première fois par M. Mascart dans l'étude de la variation de l'électricité atmosphérique. L'enregistrement photographique des oscillations d'un pendule a été réalisé récem-
-ment

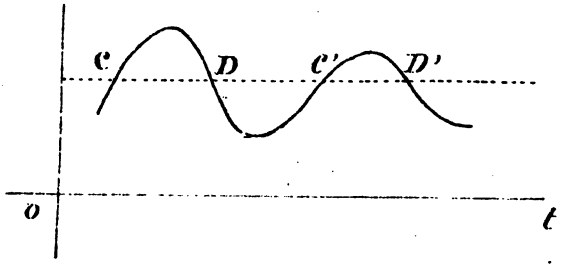
par M. Bergel. La courbe obtenue offre l'apparence d'un sinusoïde. La théorie du pendule indique en effet que telle doit être pratiquement cette courbe. On peut d'ailleurs le démontrer expérimentalement de la façon suivante : on projette sur un écran à l'aide d'un faisceau de lumière les ombres d'un mobile animé d'un mouvement de rotation uniforme et d'un pendule effectuant une oscillation double pendant une révolution du mobile. Le faisceau de lumière étant dirigé parallèlement au plan du cercle décrit par le mobile, on constate que si l'on fait en sorte que les ombres du mobile et du pendule soient superposées à un instant donné, elles restent continuellement en coïncidence. Les élongations du pendule suivent donc la même loi que les distances du mobile à un diamètre de sa trajectoire ; or cette loi, ainsi que nous l'avons vu tout à l'heure, est représentée par un sinusoïde.

C'est surtout dans l'étude des phénomènes comportant des variations très rapides que la méthode graphique est particulièrement précieuse. Ainsi elle s'adapte merveilleusement à l'analyse des mouvements des corps vibrants et l'acoustique lui doit presque tous les résultats qui en font une des sciences expérimentales les plus avancées. On peut citer comme exemple de ces applications le tracé de la courbe représentative des vibrations d'un diapason et la manifestation optique des vibrations de la plaque d'un téléphone. Pour réaliser cette dernière expérience, on munit la plaque du téléphone d'un petit

miroir sur lequel est envoyé un faisceau lumineux. Le rayon réfléchi qui en provient est reçu sur un miroir tournant, grâce auquel l'apparence observée finalement sur un écran est la même que si ce dernier était animé d'un mouvement dans un sens perpendiculaire à celui des vibrations de la plaque du téléphone. On observe ainsi une ligne lumineuse présentant des sinuosités plus ou moins complexes dont on peut conserver la trace par la photographie).

Étant donnée la courbe représentative de l'évolution d'une grandeur variable pour trouver les instants d'apparition d'une valeur déterminée de cette variable _____, il suffit de mener sur le diagramme une parallèle à l'axe du temps située à une distance de cet axe numériquement égale à la valeur considérée. Le nombre de fois que s'est présentée la valeur en question est égal au nombre de points d'intersection de la courbe avec cette parallèle, et les instants d'apparition de cette valeur sont représentés par les abscisses de ces points d'intersection (fig. 12)

(fig. 12)

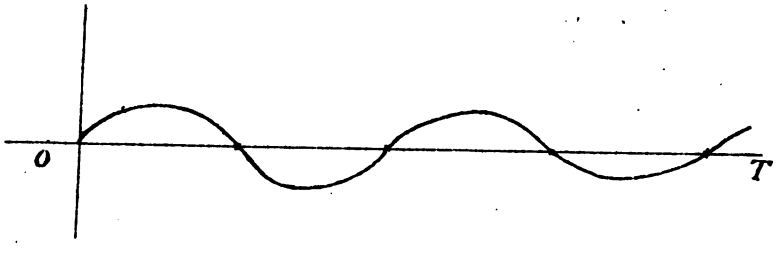


De ces points, les uns C, C', appartiennent à des régions

de la courbe correspondant à des valeurs croissantes de la variable et les autres D, D' à des régions correspondant à des valeurs décroissantes, les points de la seconde catégorie alternant avec ceux de la première. Nous distinguerons les points d'une même catégorie par la dénomination de points homologues.

Si les intervalles compris entre les points de l'une de ces catégories sont égaux entre eux, les retours correspondants de la valeur considérée sont dits réguliers ou périodiques. Tel est le cas, par exemple, des retours du centre de gravité d'un pendule sur la verticale passant par sa position initiale. Les points correspondants du diagramme sont des points d'intersection de la droite **OT** avec la courbe représentative des élongations du centre de gravité considéré (fig. 13).

(fig. 13)

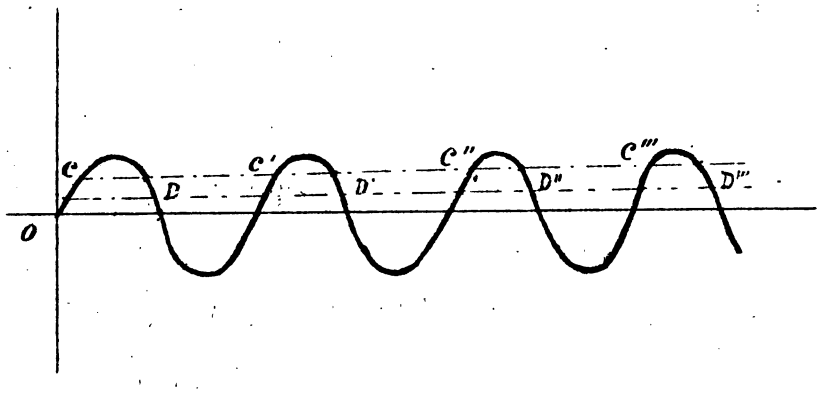


Il peut arriver que sur toutes les parallèles à la droite **OT** rencontrant la courbe les points homologues soient

équidistants, l'intervalle de ces points étant le même sur toutes ces droites.

Tel est le cas (fig. 14) pour la courbe représentative des oscillations du centre de gravité d'un pendule non amorti ou de l'extrémité d'un style fixé à un diapason entretenu électriquement.

(fig. 14)

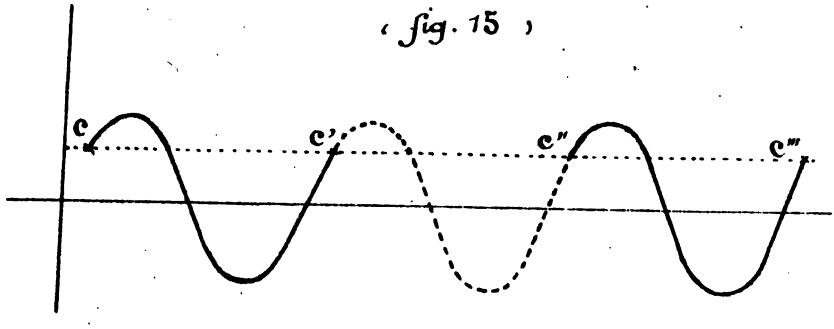


Dans ce cas, les retours homologues d'une même valeur quelconque de la variable considérée sont périodiques et de même période. L'évolution de cette variable est dite alors périodique, la durée de la période étant l'intervalle de temps séparant deux retours consécutifs homologues d'une quelconque des valeurs de cette variable.

La courbe représentative d'une évolution périodique présente ce caractère remarquable de pouvoir être divisée en parties identiques superposables les unes aux autres par-

une simple translation parallèle à Ot. Une telle division est déter-
-minée par les points d'intersection homologues d'une parallèle
quelconque à Ot avec la courbe. La fig. 15 représente en traits al-
-ternativement continus et pointillés les segments identiques en les-
-quels on peut ainsi diviser une sinusoïde.

(fig. 15)



3e Leçon

Etude des phénomènes périodiques à variations rapides.
Méthode stroboscopique.

La mise en évidence de l'état que présente, à un instant
donné, un système variable a toujours pour condition une
modification imprimée par ce système à un appareil d'épreuve
capable d'accuser à l'un de nos sens cette modification. Or la

production sur un appareil d'épreuve d'une modification perceptible exige toujours un certain temps qui pour être parfois très petit n'est cependant jamais nul.

A ce point de vue les appareils d'épreuve peuvent se partager en deux catégories qu'on peut désigner respectivement sous les noms d'appareils à indications promptes et d'appareils à indications lentes. Par exemple, parmi les appareils aptes à être impressionnés par le rayonnement d'une source de chaleur la pile thermoélectrique, le bolomètre sont des appareils à indications promptes, tandis qu'un thermomètre ordinaire est un appareil à indications lentes; parmi les appareils manométriques, le tambour à levier de Marey, la capsule manométrique de Kœnig appartiennent à la première catégorie et les manomètres hydrostatiques à la seconde; enfin parmi les plaques photographiques on sait quelle différence de rapidité existe entre les plaques sensibles actuelles et les plaques daguerriennes.

Lorsqu'on se propose d'observer isolément une phase fugitive d'un phénomène présentant des variations très rapides, il est nécessaire évidemment de faire usage d'un appareil d'épreuve dont les indications soient d'une promptitude en rapport avec la faible durée de la phase en question. Toutes les fois que l'effet à observer est du domaine de l'optique, l'observation photographique est d'un emploi tout particulièrement avantageux

à ce point de vue, car elle comporte une promptitude pouvant rivaliser avec celle des phénomènes les plus rapides. D'une part, en effet, il est possible de réduire l'observation optique d'un objet à une durée excessivement courte et d'autre part de très faibles durées sont suffisantes pour donner lieu à des impressions photographiques. L'œil est aussi un appareil d'épreuve d'une promptitude remarquable; mais l'appareil photographique a sur lui l'avantage de conserver une trace durable des observations effectuées.

Pour restreindre la durée d'observation optique d'un objet on peut soit restreindre la durée de son illumination soit restreindre la durée de sa mise en relation avec l'appareil d'observation. Cette dernière méthode est évidemment seule applicable lorsque l'objet à observer est lumineux par lui-même.

Les durées d'illuminations les plus faibles s'obtiennent au moyen d'étincelles électriques. On peut en effet obtenir des étincelles dont la durée n'atteint pas un millionième de seconde. A la lueur d'une pareille étincelle les corps animés des mouvements les plus rapides que nous puissions réaliser paraissent comme immobiles.

C'est grâce à la rapidité dont sont susceptibles les observations optiques qu'on peut saisir au vol en quelque sorte les diverses phases du déplacement d'un projectile ou de son choc contre un obstacle, les diverses positions de l'aile d'un

oiseau ou d'un insecte en mouvement, les diverses phases de la vibration d'un corps sonore, etc ...,

Mais toutes les recherches de physique ne peuvent pas se prêter à des observations qui soient ainsi quasi-instantanées. Il est évidemment impossible de saisir à part une phase isolée d'un phénomène à variations rapides si l'on ne dispose pour l'observation que d'un appareil d'épreuve à indications relativement lentes.

Lorsqu'un phénomène est périodique cette difficulté n'existe pas.

Soit T, en effet, la durée de la période. Si t est l'époque d'apparition d'un certain état e du système qui est le siège de ce phénomène, ce même état réapparaîtra aux époques :

$$t + T \;,\; t + 2T \;,\; t + 3T \;,\; \ldots\ldots \; t + nT \;,\; \ldots.$$

Faisons alors en sorte que ce système soit mis en relation avec l'appareil d'épreuve précisément à ces instants et à ces instants seulement. Le système se comportera vis à vis de cet appareil exactement comme s'il était invariable dans l'état e considéré. L'appareil d'épreuve aura, dans ces conditions, tout le temps nécessaire pour recevoir la modification par laquelle il devra accuser cet état et l'observateur aura aussi tout le temps nécessaire pour effectuer la mesure de toutes les grandeurs phy-
-siques

pouvant être liées à l'état en question.

Voici, par exemple, une roue animée d'un mouvement de rotation uniforme. La figure formée par les dents de cette roue et les parties fixes de l'appareil éprouve évidemment des changements périodiques dont la période est égale au temps séparant les passages de deux dents consécutives de la roue mobile en regard d'un même point de la partie fixe.

Rendons cette figure visible par intermittences[1] à des instants très courts dont l'intervalle soit juste égal à la période des changements en question ; nous voyons que cette figure nous apparait alors dans une phase toujours la même comme si la roue était immobile.

Il est facile, d'après cet exemple, de concevoir qu'il y a là une méthode générale, aussi simple que précise, d'analyse des diverses phases de tout phénomène périodique, quelle qu'en soit la nature, méthode rendant l'étude de ces phases aussi aisée que s'il s'agissait d'états permanents et permettant l'emploi des appareils mêmes applicables aux états permanents puisque ces appareils, qu'ils soient à indications plus ou moins promptes, ont tout le temps de recevoir les impressions répondant aux états considérés.

---

(1) Dans l'expérience faite au cours, ces intermittences étaient obtenues à l'aide d'une lame vibrante arrêtant et laissant passer alternativement un faisceau lumineux.

Cette méthode ayant d'abord été appliquée à l'observation des corps en mouvement de rotation rapide, on lui a donné le nom de méthode stroboscopique (1)

Étant donné un phénomène quelconque, imaginons qu'on essaye de lui appliquer cette méthode d'observation. Si le phénomène est périodique, il est toujours possible de donner à l'intervalle des observations une durée telle que le système variable apparaisse comme fixé dans un état déterminé. Il en est ainsi lorsque la période des intermittences d'observation est égale à la période même du phénomène ou à un de ses multiples. Si le phénomène considéré n'est pas périodique, il est impossible, quelle que soit la période des intermittences, d'obtenir un pareil résultat.

La possibilité ou l'impossibilité de donner lieu à une application de la méthode stroboscopique est donc un critérium qui permet de reconnaître si un phénomène donné est ou non périodique.

C'est ainsi qu'on a pu reconnaître que l'arc électrique produit entre deux charbons par un courant alternatif dû à une machine à marche uniforme est un phénomène périodique.

Les premières observations à ce sujet sont dues à M. Joubert. L'arc était obtenu à l'aide d'une machine alternative du système

---

(1) Ce nom est formé de deux mots grecs : strobos qui signifie tournoiement et scope j'examine.

Siemens. Sur l'arbre même de cette machine était installé un disque en zinc de 70 à 80 cm de diamètre sur lequel étaient découpées, suivant des rayons, autant de fentes que la machine présentait de pôles. Le temps séparant les passages de deux fentes consécutives dans un même azimut était donc égal au temps séparant les passages de deux bobines induites consécutives en regard d'une paire de bobines inductrices, c'est-à-dire égal à une période de l'action inductrice. L'arc étant placé d'un coté de cet écran et l'œil de l'autre coté, dans le même azimut, l'arc présentait une apparence fixe, particulière dans chaque azimut, la même phase se retrouvant dans deux azimuts séparés par un angle égal à l'intervalle de deux fentes consécutives de l'écran. Il résultait évidemment de là que l'arc était périodique et de période égale à la période de l'action inductrice donnant lieu au courant.

La méthode stroboscopique fournit un moyen simple et l'un des plus précis de controler la régularité des mouvements de rotation. A ce sujet on peut avoir à résoudre les deux questions suivantes :

1. Etant donné un corps animé d'un mouvement de rotation déterminé, reconnaître si ce mouvement est uniforme et déterminer sa vitesse ;

2. Etant donné un corps pouvant recevoir un mouvement de rotation variable à volonté, faire en sorte que ce

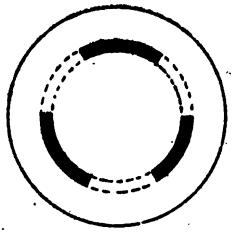
mouvement soit uniforme et présente telle ou telle vitesse assignée à l'avance.

Ces deux questions peuvent être résolues par l'emploi de la méthode stroboscopique c'est-à-dire de la méthode des observations intermittentes régulièrement espacées. Dans le 1er cas on doit agir sur l'appareil qui règle les intermittences de la visibilité de façon à rechercher s'il est une valeur de leur période pour laquelle le corps tournant apparaisse comme immobile. Dans le second cas, l'intervalle des observations est fixé à l'avance à la valeur que doit avoir la période du mouvement et il faut agir sur ce dernier soit en le favorisant soit en lui faisant obstacle de façon à amener le corps tournant à paraître immobile.

Considérons en particulier ce second problème. Soit T la valeur assignée à la durée d'une révolution du corps tournant. Sur la circonférence d'un disque ou d'une zone centrés sur l'axe de rotation marquons en traits noirs sur fond blanc k segments égaux et équidistants c'est-à-dire tels que leurs points milieux partagent la circonférence en k parties égales. (fig. 16)

Le disque étant en mouvement, observons le à travers une ouverture découverte par un diapason chaque fois que ses branches repassent par leur position d'équilibre c'est à dire deux fois par période. Si le diapason a une période de

(fig. 16)



[La figure est faite dans le cas de $k = 3$].

vibration égale à $\frac{2T}{k}$ et qu'on laisse croître à partir du repos la vitesse du mouvement jusqu'à ce que les segments noirs paraissent occuper des positions fixes dans l'espace, la période du mouvement de rotation aura à ce moment la valeur T demandée. En effet, puisque les segments paraissent immobiles, on peut en conclure que la période de visibilité, c'est-à-dire la demi-période du diapason, est égale au temps employé par chaque secteur noir pour prendre la place du suivant. Cette durée ($\frac{T}{k}$) étant d'ailleurs celle d'une fraction de tour égale à $\frac{1}{k}$, la durée d'un tour sera bien égale à T.

Si l'on n'est pas maître de régler la période de l'appareil produisant les intermittences de visibilité et que la durée D de la période de ce dernier soit donnée à l'avance, on détermine alors le nombre k des segments qui doivent être marqués sur le disque par la condition :

$$\frac{D}{2} = \frac{T}{k}$$

d'où

$$k = \frac{2\,T}{D}$$

(Il faut évidemment pour cela que T soit un multiple de $\frac{D}{2}$).

Enfin si l'on trace à l'avance sur le disque des couronnes concentriques (fig. 17) présentant des nombres de segments égaux respectivement à 1, 3, 4, etc..., on pourra avec un même diapason de période D réaliser des périodes de rotation égales respectivement a :

$$\frac{D}{2}\ ,\quad 3\,\frac{D}{2}\ ,\quad 4\,\frac{D}{2}\ ,\ \ldots$$

et cela, en réglant le mouvement de façon à faire paraître immobile soit la première, soit la seconde, soit la troisième couronne [1] etc...,

(fig. 17)

(1) H. Abraham - Sur la mesure des coefficients d'induction ; Journal de Phys. III$_3$ (1894)

Supposons qu'étant donné un phénomène périodique de période T on lui applique la méthode des observations intermittentes régulièrement séparées en donnant à la période des intermittences une valeur T' légèrement supérieure à T. Désignons d'une manière générale par P_t la phase du phénomène considéré répondant à un instant t. Les phases de ce phénomène, perçues successivement dans les conditions que nous venons de supposer, seront, en supposant le temps compté à partir de la première :

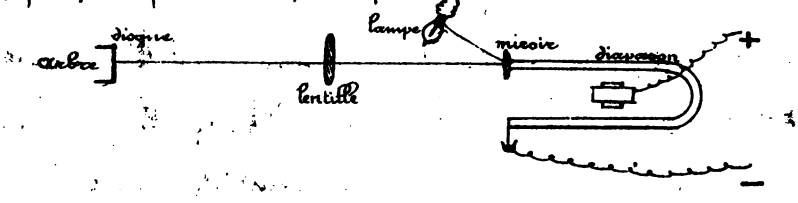
$$P_0 \,,\; P_{T'} \,,\; P_{2T'} \,,\; P_{3T'} \,,\; \ldots\ldots\ldots\; P_{nT'}$$

ou

$$P_0 \,,\; P_{T+\varepsilon} \,,\; P_{2T+2\varepsilon} \,,\; P_{3T+3\varepsilon} \,,\; \ldots\ldots\; P_{nT+n\varepsilon}$$

si l'on désigne par ε l'excès de T' sur T car on a :

Pour obtenir l'intermittence de l'éclairement du disque, M. Abraham indique, d'après M. Brillouin, la disposition suivante :



« La source de lumière est le filament rectiligne d'une lampe à « incandescence. Le diapason vibrant est muni d'un miroir plan. A « l'aide de ce miroir et d'une lentille fixe on projette, au niveau de l'axe, « sur le système tournant, l'image du filament incandescent. Quand « le diapason vibre, ce trait lumineux se déplace et éclaire la partie centrale « pendant un instant à chaque oscillation simple. »

$$T = T + \varepsilon$$

$$2T' = 2T + 2\varepsilon$$

$$3T' = 3T + 3\varepsilon \quad \ldots \text{ etc.},$$

Or, ces phases au lieu d'être identiques entre elles ainsi que cela a lieu, comme nous venons de le voir, lorsque $T' = T$, seront respectivement la reproduction des phases distinctes :

$$P_0 \,,\; P_\varepsilon \,,\; P_{2\varepsilon} \,,\; \ldots\ldots\ldots\; P_{n\varepsilon} \,.$$

puisqu'elles en sont séparées par des nombres entiers de périodes.

Si ε est une très petite fraction de période, l'observateur verra se présenter successivement une série de phases pareilles à celles qui composent une période, mais réparties dans un intervalle de temps beaucoup plus grand. En effet, dans le phénomène réel les deux phases :

$$P_\varepsilon \,,\; P_{2\varepsilon} \,.$$

par exemple, sont séparées par un intervalle de temps égal à ε, tandis que dans le phénomène tel qu'il apparait lors des observations intermittentes que nous considérons ici ces deux mêmes phases se présentent séparées par un intervalle de temps égal à $T + \varepsilon = T'$.

Le phénomène apparent est donc ce que deviendrait le phénomène réel s'il était considérablement ralenti. Tandis

que la période du phénomène réel est T, la période du phéno-
-mène apparent est par rapport à elle dans le rapport de
T' à ε et vaut par conséquent :

$$\frac{T'}{\varepsilon} \cdot T$$

Plus la différence ε entre T' et T sera petite, plus le
rapport $\frac{T'}{\varepsilon}$ sera grand et plus par conséquent la période
$\frac{T'}{\varepsilon} \cdot T$ du phénomène apparent sera longue.

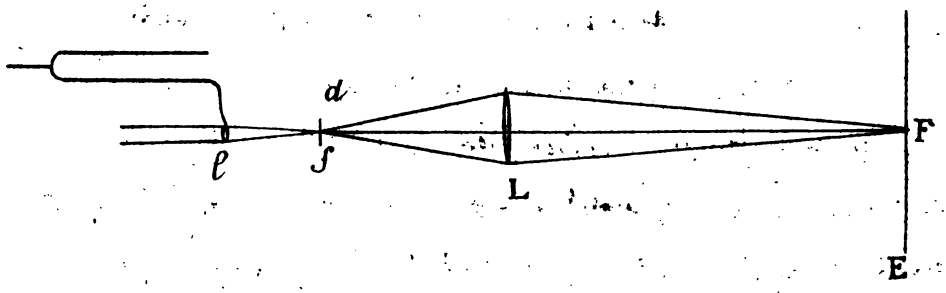
On peut donc ainsi, étant donné un phénomène pério-
-dique voir se dérouler ses diverses phases avec une lenteur
apparente aussi grande que l'on veut et faire par conséquent
l'étude de ce phénomène aussi facilement que s'il présentait en
réalité cette lenteur apparente.

Ainsi la roue qui tout à l'heure semblait immobile ap-
-paraît en mouvement dès qu'on donne à T' une valeur dif-
-férente de T et ce mouvement apparent est d'autant plus lent
que la différence entre T' et T est plus petite.

Par cette méthode d'observation, à un phénomène périodi-
-que donné, on peut donc substituer un phénomène apparent,
périodique également, dont la ligne représentative possède les
mêmes ordonnées que celle du phénomène réel mais en diffère
par les abscisses qui sont accrues dans le rapport de T' à ε.
Il est donc facile, une fois faite l'étude du phénomène apparent,
d'en déduire celle du phénomène réel.

Ainsi peut-être faite, par exemple, l'étude du mouvement vibratoire d'une verge élastique telle qu'une branche de diapason.

(fig. 18)



Ce diapason (fig. 18) étant muni d'une lentille l sur laquelle est dirigé un faisceau lumineux, il s'agit d'étudier le déplacement du foyer f où cette lentille concentre les rayons réfractés, ou, ce qui revient au même, le déplacement tout à fait semblable mais de plus grande amplitude de l'image F du foyer f donnée sur un écran E par une lentille L.

Si cette image était visible d'une manière continue, la rapidité de son déplacement sur l'écran rendrait impossible l'observation distincte de ses diverses positions et par suite l'étude du mouvement. Mais il n'en est plus de même si, à l'aide d'un diaphragme à fente d, porté par un second diapason, on ne laisse passer le faisceau lumineux que par

intermittences, à des instants très courts séparés par un intervalle de temps T' légèrement supérieur à la période T du mouvement du premier diapason. On voit alors sur l'écran un point lumineux dont le mouvement est assez lent pour pouvoir être facilement suivi des yeux et étudié directement.

Si l'on installe devant l'écran un pendule de longueur variable à volonté, on constate qu'on peut lui donner une longueur et une amplitude telles que le point lumineux l'accompagne exactement dans son mouvement.

La ligne représentative du mouvement du point F est donc une sinusoïde ; il en est de même par suite de la ligne représentative du mouvement du point f, ainsi que de la lentille l et finalement d'un point quelconque de la branche du diapason.

Ce n'est point par hasard que nous nous trouvons ainsi de nouveau en présence d'une sinusoïde. Cette courbe joue dans la représentation de toutes les grandeurs périodiques un rôle fondamental. L'illustre géomètre Fourier a démontré, en effet, que toute fonction périodique du temps $f(t)$ de période T pouvait toujours être envisagée comme la somme d'une série de sinusoïde de périodes

$$T \quad , \quad \tfrac{1}{2}\,T \quad , \quad \tfrac{1}{3}\,T \, , \; \ldots\ldots \text{ etc...,}$$

ces sinusoïdes possédant des amplitudes et des phases (1) convenables, ce qu'on exprime par la formule générale suivante

$$f(t) = a_1 \sin.\left(\frac{t}{T} 2\pi + \varphi_1\right) + a_2 \sin\left(\frac{t}{\frac{1}{2}T} 2\pi + \varphi_2\right) + a \sin\left(\frac{t}{\frac{1}{3}T} 2\pi + \varphi_3\right) +$$

Supposons tracées les lignes représentatives de ces diverses sinusoïdes ; on aura la ligne représentative de la fonction $f(t)$ en faisant la somme des ordonnées correspondant à une même abscisse.

Dans certains cas particuliers il peut arriver que les termes de périodes $\frac{1}{2}T$, $\frac{1}{3}T$, etc..., de l'expression d'une fonction périodique de période T soient nuls ou assez petits pour pouvoir être pratiquement négligés. L'expression de cette fonction se réduit alors à son premier terme et est re--présentée par conséquent par une sinusoïde. Tel est le cas précisément de l'élongation d'un point d'une branche de diapason.

Si donc il nous arrive dans la suite de nos études sur les courants alternatifs de rencontrer des grandeurs variant périodiquement nous devrons nous attendre à trouver les

---

(1) On appelle amplitude d'une sinusoïde,

$$a \sin.\left(\frac{t}{T} 2\pi + \varphi\right)$$

le coefficient a, et angle de phase, l'angle φ.

lois de leurs variations exprimables soit par des sinusoïdes soit par des sommes de sinusoïdes. Nous trouverons en effet des lois sinusoïdales et leur étude sera pour nous une introduction obligée et une préparation nécessaire à celle des cas plus généraux et plus complexes.

4e Leçon

Etude expérimentale de la variation de la différence de potentiel entre deux points d'un conducteur parcouru par un courant alternatif.

Si l'on considère, au point de vue de leur température, les différents points d'un corps, trois cas différents peuvent se présenter :

ou bien la température en chaque point est invariable et présente la même valeur en tous les points, ce qu'on exprime en disant qu'elle n'est fonction ni du temps ni de la position de chaque point ;

ou bien la température en chaque point est invariable, mais présente des valeurs différentes d'un point à un autre, ce qu'on exprime en disant qu'elle est indépendante du temps mais fonction de la position de chaque point ;

ou bien enfin la température en chaque point est variable d'un instant à l'autre et diffère à chaque instant d'un point à un autre, ce qu'on exprime en disant qu'elle est

à la fois fonction du temps et de la position de chaque point.

Dans le premier cas, le corps est en état d'équilibre calorifique, dans le second cas, il est le siège d'un flux de chaleur offrant un régime permanent ; dans le troisième cas, enfin, il est le siège d'un flux de chaleur présentant un régime variable.

Trois cas analogues se rencontrent dans l'étude du potentiel aux différents points d'un corps conducteur homogène :

1° — le potentiel peut être invariable en chaque point et présenter la même valeur en tous les points ;

2° — le potentiel peut être invariable en chaque point mais présenter des valeurs différentes d'un point à un autre ;

3° — le potentiel peut être variable en chaque point d'un instant à un autre et présenter à chaque instant des valeurs différentes d'un point à un autre.

Dans le premier cas, le corps est en état d'équilibre électrique ; dans le second cas, il est regardé comme le siège d'un flux électrique offrant un régime permanent ; dans le 3e cas enfin, il est regardé comme le siège d'un flux électrique présentant un régime variable.

Pour reconnaître dans quel cas se trouve un conducteur donné, il faut évidemment être en état de déterminer à différentes reprises l'état des potentiels en deux points A et B de ce conducteur durant un laps de temps très court, assez court pour que cet état, dans le cas où il ne serait pas constant,

n'éprouve pendant cet examen que des variations insensibles.

On peut, à cet effet, prendre pour appareil d'épreuve un système de deux conducteurs isolés jouant le rôle d'un condensateur dont les deux armatures sont mises simultanément en relation passagère et de très courte durée, l'une avec le point A, l'autre avec le point B, par le jeu d'un conjoncteur mobile animé d'un mouvement rapide et établissant les communications voulues lors de son passage dans une position déterminée. Une communication d'un millième de seconde avec deux points d'un conducteur présentant, par l'effet d'une source d'électricité, une différence de potentiel déterminée, peut suffire pour faire acquérir à un condensateur la charge correspondant à cette différence de potentiel. On voit par là quelle peut être la promptitude des indications d'un condensateur employé comme appareil d'épreuve pour la mesure rapide des différences de potentiel. Ces dernières se déduisent des charges Q correspondantes du condensateur par la formule :

$$V_A - V_B = \frac{Q}{C}$$

C étant la capacité du condensateur.

Si l'on soumet à cette épreuve deux points A et B d'un conducteur parcouru par un courant alternatif, on trouve que la charge acquise par le condensateur est variable avec l'instant de la prise de contact. Or la charge serait

nulle à tout instant si le conducteur avait tous ses points au même potentiel ; elle serait différente de zéro mais indépendante de l'instant de la prise de contact si le conducteur était le siège d'un courant constant. Puisque dans le cas d'un courant alternatif on n'observe ni l'un ni l'autre de ces deux résul-tats, il faut en conclure qu'un tel conducteur présente une distribution de potentiels variable avec le temps et que par suite ce conducteur se trouve dans le dernier des trois cas énumérés tout à l'heure..

La variété des régimes variables possibles est infinie Voyons donc comment on pourra, étant donné un conduc-teur parcouru par un courant alternatif, mettre en évi-dence la loi particulière des variations du potentiel entre deux de ses points A et B.

Si l'équipage mobile d'un voltmètre était soumis à une action directrice assez énergique pour que sa vitesse de déplacement à circuit ouvert, c'est-à-dire sous la seule influence de l'action directrice, fut très grande relativement à celle qu'il devrait prendre pour suivre sans retard ap-préciable les variations du courant dû à une différence de potentiel variable établie entre ses bornes, cet équipage serait capable en effet de prendre un mouvement accusant fidèlement les variations de la différence de potentiel en question.

M. E. Gérard a le premier essayé de réaliser un appa-reil

de ce genre [1]. Cet appareil était un galvanomètre du type Deprez d'Arsonval dont le champ directeur était produit par un puis-sant électro-aimant. Entre deux plaques de fer parallèles très rapprochées constituant les pièces polaires de cet électro-aimant était suspendue une petite bobine très légère munie d'un miroir. Les bornes de l'appareil étaient reliées aux deux points A et B entre lesquels existait la différence de potentiel variable à étudier. Un shunt convenable établi d'autre part entre ces bornes donnait à l'appareil l'apériodicité nécessaire. Dans ces conditions, les oscillations du miroir suivaient les variations de la différence de potentiel à étudier (lorsque ces dernières toutefois n'étaient pas trop rapides) et pour avoir une courbe représentative de ces variations il suffisait d'enregistrer photographiquement les déplacements du miroir. A cet effet, un faisceau lumineux était envoyé sur le miroir et reçu après réflexion sur une bande de papier photographique se déroulant dans un sens perpendiculaire aux déviations du miroir. La lu-mière était fournie par une série d'étincelles électriques éclatant entre un crayon de charbon et un fil de magné-sium [2] reliés aux pôles d'une bobine de Ruhmkorff.

(1) Bulletin de l'Ac. de Belgique XVI/3 (1888) - Lumière électrique XXXI (1888) p. 16.

(2). La lumière du magnésium est particulièrement riche en radiations chimiques et particulièrement propre par conséquent à impressionner les plaques photographiques.

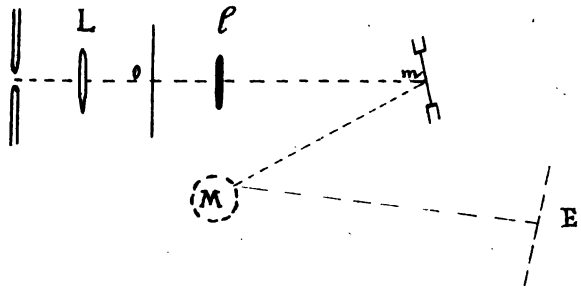
L'éclairement étant ainsi intermittent, on obtenait sur le papier photographique, au lieu d'une ligne continue, une ligne interrompue formée d'une série de points très rapprochés. La production des étincelles était réglée par un diapason servant d'interrupteur à la bobine de Rumkorff, en sorte que les différents points obtenus sur la feuille de l'enregistreur correspondaient à des instants équidistants. Il était donc facile de déterminer pour chaque élongation du miroir le temps correspondant et par conséquent de construire la courbe représentative des oscillations, c'est à dire la courbe ayant pour abscisses des longueurs proportionnelles aux temps et pour ordonnées des longueurs proportionnelles aux élongations correspondantes.

Un dispositif expérimental plus simple a été indiqué par Frochlich [1]. Il consiste à prendre comme appareil indicateur un téléphone électromagnétique dont les bornes sont reliées aux points A et B entre lesquels se produisent les variations de potentiel à étudier. La membrane du téléphone traduit les variations en question par des déplacements assez notables pour pouvoir être mis en évidence optiquement. A cet effet on munit cette membrane d'un petit miroir M (fig. 19) sur lequel on dirige un faisceau

(1). Elektrotechnische Zeitschrift 10e année p. 345 et 369.

lumineux provenant d'une lampe électrique. Le rayon reflé-
-chi est reçu sur un miroir tournant M et envoyé finalement

(fig. 19)



sur un écran E ou une plaque photographique. Si l'on fait en sorte que le déplacement dû au miroir tournant soit perpendiculaire à celui qui est dû au miroir du téléphone et proportionnel au temps, on obtient sur l'écran une ligne sinueuse accusant les oscillations de la membrane. Cette ligne toutefois n'est pas la représentation exacte des varia-
-tions de la différence de potentiel entre les points A et B. On y voit des dentelures parasites dûes aux vibrations pro-
-pres de la membrane dont la période bien que pouvant être abaissée à $\frac{1^s}{1000}$ a néanmoins encore une importance notable vis à vis de la durée des oscillations dûes aux courants alternatifs, durée qui est de l'ordre de $\frac{1}{50}$ de seconde.

Ayant soumis à une discussion approfondie les conditions de fonctionnement des appareils de ce genre, auxquels il a proposé de donner le nom d'oscillographes, M. Blondel est arrivé aux conclusions suivantes :[1]

1°— La période d'oscillation propre de l'appareil doit être très courte par rapport à celle du phénomène observé. En particulier pour les courants alternatifs ordinaires dont la période est de $\frac{1}{40}$ à $\frac{1}{100}$ de seconde, l'oscillographe doit avoir une période propre au moins vingt fois plus petite ;

2°— L'amortissement de l'équipage mobile doit être réglé à une valeur aussi voisine que possible de l'apériodicité critique ;

3°— La self induction de l'appareil doit être assez faible pour ne pas altérer la loi de variation du courant à mesurer ;

4°— Les phénomènes d'hystérésis et les courants de Foucault dans l'appareil doivent être rendus négligeables ;

5°— La sensibilité doit être suffisante. Cette condition est la plus difficile à remplir, elle entraîne l'emploi de parties mobiles excessivement petites.

Dans l'appareil de M. E. Gérard la période d'oscillation propre était un peu trop grande pour permettre l'étude des courants alternatifs de période ordinaire.

Tous les appareils à noyau de fer en particulier le téléphone,

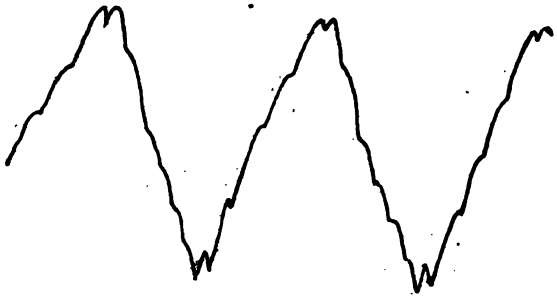
---

(1) Comptes rendus de l'Académie des Sciences - 10 Avril 1893.

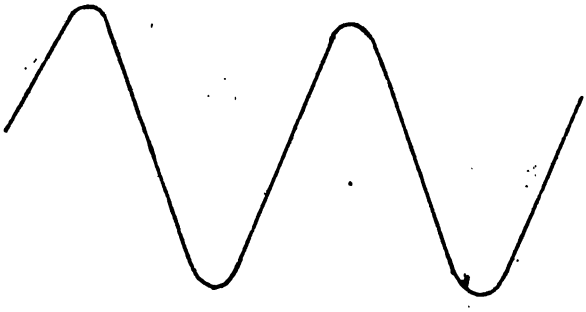
sont défectueux par suite de leur grande self-induction et de leur hystérésis.

La seconde condition est d'une importance capitale. Il suffit pour s'en convaincre de jeter les yeux sur les fig. suivantes qui représentent, d'après M. Blondel, l'une une courbe fournie par un oscillographe non amorti, l'autre une courbe fournie dans les mêmes circonstances par le même oscillographe convenablement amorti.

(fig. 20)



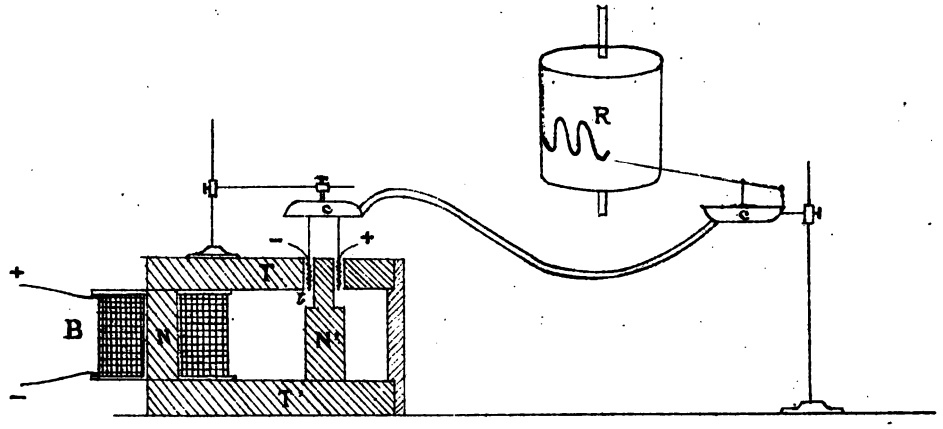
(fig. 21)



M. d'Arsonval a imaginé d'appliquer à l'étude des

courants alternatifs l'appareil enregistreur universel des physiologistes c'est-à-dire la capsule manométrique de Marey. L'appareil se compose « d'un puissant aimant (ou électroaimant) T T' N N' créant un champ magnétique annulaire (fig. 22).

(fig. 22)



« Dans ce champ peut osciller une légère bobine b parcourue par l'onde électrique dont on veut inscrire la forme. En vertu d'une action bien connue, cette bobine se déplacera dans le champ et son déplacement mesurera à chaque instant les variations du courant qui la traverse. Pour inscrire à distance ce déplacement et l'amplifier en même temps, la bobine est suspendue à la membrane de caoutchouc d'un tambour

de Marey C. Ce premier tambour est relié à un second tambour amplificateur plus petit c' portant un levier inscripteur se déplaçant sur un cylindre enfumé R mu par un mouvement d'horlogerie [1]. L'oscillographe ainsi constitué donne des courbes inexactes par suite d'un défaut d'amortissement, tout comme l'appareil à téléphone de Frœhlich.

Guidé par les indications tirées de l'étude théorique rigoureuse et complète de la question M. Blondel s'est proposé de réaliser un oscillographe réunissant les meilleures conditions d'exactitude et de sensibilité. En voici, d'après l'auteur, la description sommaire [2].

« On établit entre les deux pôles N, S de l'aimant ou de l'électro-aimant (fig. 23) deux plaques P, P formant pièces polaires et qu'il y a avantage à découper en forme de V pour augmenter le champ magnétique entre leurs extrémités. Entre ces deux plaques, on laisse un intervalle de 3 mm à 4 mm dans lequel on place un petit barreau de fer doux M de 2 mm à 3 mm seulement de largeur, et d'épaisseur un peu inférieure à celle des extrémités des pièces polaires (épaisseur qui est de 1 mm à 2 mm).

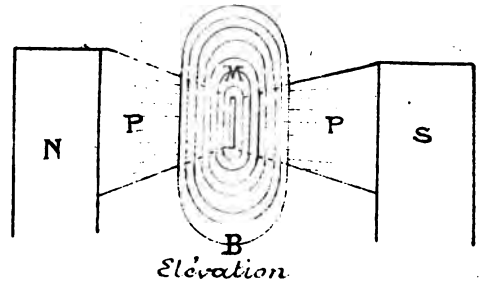
---

(1). Bulletin de l'Association internationale des Electriciens. 1892 p. 152.

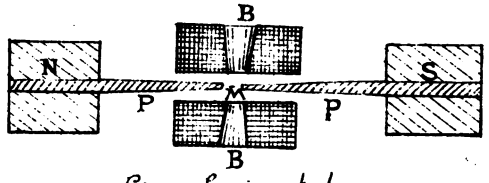
(2). Oscillographes. Nouveaux appareils pour l'étude des oscillations électriques lentes.

Comptes-rendus de l'Ac. des Sciences, t. CXVI (1893) p. 502.

(fig. 23)



Elévation



Coupe horizontale
par le centre du barreau M

Pour permettre à ce petit barreau de subir une déviation sous l'action de deux bobines B,B placées de part et d'autre des plaques polaires, et parcourues par le courant étudié [1] sans qu'il puisse venir se coller sur les plaques polaires, il est maintenu dans la position voulue soit à l'aide de deux aiguilles a,a pénétrant dans de très petits trous en haut et en bas du petit

---

[1] Les bobines sont à gros fil ou à fil fin, suivant qu'il s'agit d'inscrire l'intensité du courant principal ou une différence de potentiel entre deux points à l'aide d'un courant dérivé.

barreau, soit à l'aide d'un ressort ou d'un bifilaire élastique de forme spéciale sur lequel il est soudé.

« Sans ressort, le couple directeur dû au champ magné-tique seul produit plus de mille vibrations à la seconde, et, sans la forme plate des plaques, qui entraîne de grandes fuites ma-gnétiques, le chiffre obtenu pourrait être bien supérieur. Avec un bifilaire ou un ressort, on arrive facilement à deux mille ou trois mille vibrations, avec une sensibilité suffisante dans bien des cas pour les observations directes; on peut augmenter encore cette sensibilité en observant à l'aide d'un microscope donnant un grossissement de 10 à 20 diamètres.

« Grâce à la forme des plaques P, P et des circuits magnétiques ainsi qu'à quelques coups de scie donnés horizontalement dans les plaques et au besoin dans le barreau mobile, les effets d'hystérésis et les courants de Foucault sont rendus complètement négligeables.

« La principale difficulté que j'ai rencontrée est relative à l'amortissement que j'ai étudié au moyen de l'inscription photographique sur un tambour tournant.

« A ces fréquences élevées, l'amortissement électro-magnétique devient insuffisant, car l'amortissement nécessaire à l'apériodicité critique est proportionnel à cette fréquence et l'on est obligé de recourir à des procédés mécaniques. J'ai

laissé provisoirement de coté l'amortissement par étouffoirs en caoutchouc, parce qu'il est difficile à analyser et à régler, et j'ai eu recours à l'emploi de liquides de viscosité croissante : eau, glycérine, baumes résineux, etc..., introduits dans une petite boîte étanche en ébonite, munie d'une glace et entourant les extrémités des pièces polaires et le barreau mobile.

« Parmi les liquides essayés, les baumes résineux seuls, en particulier le baume de Canada sirupeux ont permis d'atteindre à l'apériodicité cherchée »

Tout imparfaits qu'ils soient comme appareils de mesures les oscillographes primitifs tels que ceux d'E. Gerard, de Frochich et de d'Arsonval peuvent du moins, en tant qu'appareils qualitatifs, nous conduire à une remarque importante : Lorsque la machine productrice d'un courant alternatif est à marche uniforme, les courbes obtenues à l'oscillographe présentent ce caractère remarquable d'être divisibles par leurs points d'intersections homologues avec une parallèle quelconque à l'axe des temps, en segments identiques entre eux. De ce fait nous pouvons conclure [1] que la différence de potentiel entre deux points A et B d'un conducteur faisant partie du circuit d'une

---

(1) Voir plus haut 2e Leçon

machine alternative à marche uniforme est un phénomène périodique [1] Il y a lieu par conséquent de chercher à appliquer à l'étude de cette variation la méthode générale d'examen des phénomènes périodiques, c'est-à-dire la méthode stroboscopique.

La première application de cette méthode à l'étude des courants alternatifs proprement dits [2] a été faite en 1881 par M. Joubert [3] dont le travail est resté classique comme un modèle accompli des recherches de ce genre.

L'appareil de mesures employé était l'électromètre à quadrants. La communication des deux paires de quadrants avec les deux points A & B présentant la différence de potentiel à mesurer était établie par intermittences, durant un temps très court, à une phase déterminée de chaque période. L'appareil producteur des contacts intermittents convenables se composait de deux petites zones en cuivre fixées par un même manchon à l'arbre de la machine, parfaitement isolées l'une

(1) Ce résultat ne doit point nous surprendre car nous avons déjà trouvé ce caractère de périodicité dans le phénomène de l'arc alternatif.

(2) Des applications de cette méthode avaient été faites antérieurement à l'étude de divers phénomènes d'induction.

(3) Études sur les machines magneto électriques - Annales de l'École Normale supérieure X (1881) page 136. Journal de physique (1881).

de l'autre et portant chacune près de la circonférence un petit con-
-teau de forme triangulaire venant à chaque tour butter contre
un couteau semblable placé à l'extrémité d'un ressort également
isolé. On réglait les deux ressorts de manière que les deux contacts
aussent lieu exactement au même instant. On reconnaissait
que l'appareil était bien réglé lorsqu'en mettant l'électromètre en
relation avec les deux pôles d'une pile isolée, d'abord d'une façon
directe, et ensuite par l'intermédiaire du conjoncteur en mouve-
-ment, on obtenait dans les deux cas la même indication.

Ce double contact simultané exige un appareil très bien
construit et un réglage délicat. Aussi la plupart des expéri-
-mentateurs qui ont repris ces études ont-ils évité cette diffi-
-culté, ce qu'avait fait d'ailleurs, M. Joubert, dans quelques
unes de ces mesures, en mettant l'une des bornes de l'électro-
-mètre en communication permanente avec l'un des points
A et B et en chargeant un conjoncteur tournant simple de
mettre la seconde borne en communication avec le second point
une fois par période à chaque retour d'une phase déterminée.

Pour que, dans ces conditions, la différence de potentiel
entre les deux parties de l'électromètre n'éprouve pas, dans l'in-
-tervalle de deux contacts, de variations appréciables, il faut
d'une part que la charge Q de la partie isolée ne subisse pas
de déperdition sensible, et d'autre part que la capacité C de
cette même partie isolée en présence du système formé par tous les

corps environnants soit indépendante du potentiel absolu de la partie non isolée, car ce potentiel est constamment variable. Si Q et C sont pratiquement constants, il est bien évident qu'il en est de même de la différence de potentiel entre les deux parties de l'électromètre, dont la valeur est $\frac{Q}{C}$.

Lorsque l'isolement est imparfait, comme cela a lieu dans les électromètres industriels, il faut placer en dérivation aux bornes de l'instrument un condensateur, c'est-à-dire accroître la capacité de l'électromètre de façon à rendre la déperdition négligeable vis à vis de la charge. Mais alors il faut s'assurer que la capacité du condensateur n'a point d'influence perturbatrice sensible. On peut être certain que la capacité d'un condensateur n'a pas une grandeur nuisible lorsqu'on peut la doubler sans changer le résultat observé.

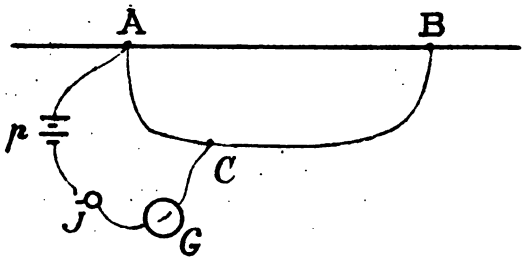
Lorsque les deux points A et B dont on veut étudier la différence de potentiel appartiennent à un conducteur de self-induction négligeable (1) et uniquement dans ce cas (nous verrons plus tard pourquoi), on peut, au lieu de la méthode de l'électromètre, employer une méthode d'opposition, due également à Monsieur Joubert.

---

(1) Tel est par exemple le cas d'un fil rectiligne ou replié en zigzags, d'un filament de lampe à incandescence, etc...,

Cette méthode consiste à établir entre les deux points A et B (fig. 24).

(fig. 24)



une dérivation ACB de résistance connue et graduée ayant une self-induction négligeable et à chercher quel est sur cette dérivation le point C qui présente, à telle ou telle phase de la période, un potentiel différant de celui de A d'une quantité égale à la force-électromotrice e d'une pile p. Pour effectuer cette recherche, on fait communiquer en permanence l'un des pôles de la pile avec le point A et l'autre, une fois par période, à la phase voulue, à l'aide d'un conjoncteur-tournant J, avec le point C de ACB, un galvanomètre sensible G étant intercalé sur le fil de communication. On cherche par tâtonnement quel doit être le point C pour que le galvanomètre reste au zéro, la pile agissant en opposition avec la différence de potentiel $V_A - V_C$ qui existe entre A et C à l'instant du contact.

On a donc alors $V_A - V_C = e$

Or si R_{ACB} est la résistance totale de la dérivation ACB et r_{AC} la résistance comprise entre A et C sur cette dérivation on a :

$$V_A - V_C = \frac{r_{AC}}{R_{ACB}} (V_A - V_B)$$

Donc la différence de potentiel cherchée $V_A - V_B$ entre A et B au moment du contact établi par le conjoncteur tournant, c'est-à-dire à une phase déterminée et connue de la période, est donnée par l'expression :

$$V_A - V_B = \frac{R_{ACB}}{r_{AC}} (V_A - V_C) \doteq \frac{R_{ACB}}{r_{AC}} e$$

Dans les expériences de M. Joubert la roue du conjoncteur était fixée sur l'arbre de la machine et calée de manière à donner le contact à un instant séparé du commencement d'une période par un nombre connu et variable à volonté de vingtièmes de période. Le contact durait à peine $\frac{1}{600}$ de période ou $\frac{1}{2400}$ de tour, (car un tour correspondait à 4 périodes) La machine effectuant 10 tours par seconde environ, on voit que le contact avait une durée moindre que $\frac{1}{24000}$ de seconde, la durée d'une période étant dans ces conditions de l'ordre de $\frac{1}{40}$ de seconde.

Dans les applications de la méthode stroboscopique

que nous venons de passer en revue, l'observateur obtient successivement les données relatives à un certain nombre de points isolés de la ligne représentative de la différence de potentiel étudiée et il doit ensuite construire cette ligne en faisant passer par ces points, pris en nombre suffisants, un trait continu. On a cherché à rendre le tracé de cette ligne plus expéditif et plus sûr en combinant des appareils capables de l'effectuer eux-mêmes automatiquement. Nous verrons dans la prochaine leçon comment sont disposés ces appareils enregistreurs.

5e Leçon —

5e Leçon

Méthodes d'enregistrement des différences de potentiel périodiquement variables.

Supposons qu'un contact de durée très courte (1) permette à un appareil d'épreuve d'accuser la différence de potentiel existant, au moment où il se produit, entre deux points A et B d'un conducteur parcouru par un courant alternatif, et que ce contact soit renouvelé périodiquement.

Si la durée des intermittences de contact est juste égale à la période T du courant alternatif étudié, ou à un de ses multiples, l'appareil d'épreuve saisira les deux points

(1) Un contact a toujours une certaine durée. L'expression de contact instantané souvent employé pour désigner un contact de durée très courte ne doit point être prise à la lettre.

A et B toujours dans la même phase de leur variation d'état électrique et accusera une différence de potentiel fixe qui sera précisément la différence caractéristique de la phase en question.

Qu'arrivera-t-il si la durée des intermittences de contact a une valeur T' légèrement supérieure à la période T du courant ? Cette question n'est évidemment qu'un cas particulier de celle qui a été résolue en toute généralité dans la 3e Leçon. L'appareil d'épreuve trouvera alors successivement les points A et B dans des états légèrement différents les uns des autres et respectivement pareils à ceux qui se présentent dans le cours d'une période ; il accusera par conséquent une différence de potentiel variable qui passera successivement par toutes les valeurs caractérisant une période ; mais la lenteur de ces variations pourra être assez grande pour que l'étude en soit accessible aux moyens ordinaires d'observation. En particulier on pourra à cet effet disposer l'appareil d'épreuve de façon à en faire un appareil enregistreur.

La ligne représentative des indications de cet appareil fournira la loi cherchée de la variation de la différence de potentiel entre les points A et B ; il suffira pour cela d'en rapporter les abscisses et les ordonnées à des échelles convenables.

Tel est le principe de la méthode employée par M. Blondel pour obtenir le tracé autographique des courbes périodiques caractéristiques des courants alternatifs (1)

On peut employer comme appareil d'épreuve soit un électromètre, soit un galvanomètre

I. Méthode électrométrique

La déviation d de l'équipage mobile d'un électromètre symétrique tel que l'électromètre à quadrants de Thomson ou l'électromètre apériodique de Carpentier, est liée au potentiel V de cet équipage mobile et aux potentiels V_1 et V_2 des parties fixes par la formule :

$$d = k \cdot (V_1 - V_2)\left(V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right)$$

Si, comme le faisait M. Joubert, on met l'équipage mobile en relation avec l'une des parties fixes et celles-ci respectivement en relation avec les points A et B entre lesquels existe la différence de potentiel à mesurer, on a :

---

(1) Sur la détermination des courbes périodiques des courants alternatifs et leur inscription photographique
Lumière électr. t. XLI (1891) p. 401
Nouvelles recherches sur l'arc à courants alternatifs
Ibid. t. XLIX (1893) p. 501

$$V_1 = V_A$$
$$V_2 = V_B$$
$$V = V_1 = V_A$$

et par suite :

$$d = k\,(V_A - V_B)\ \tfrac{1}{2}\,(V_A - V_B)$$

L'appareil mesure alors le carré de la différence de potentiel à étudier.

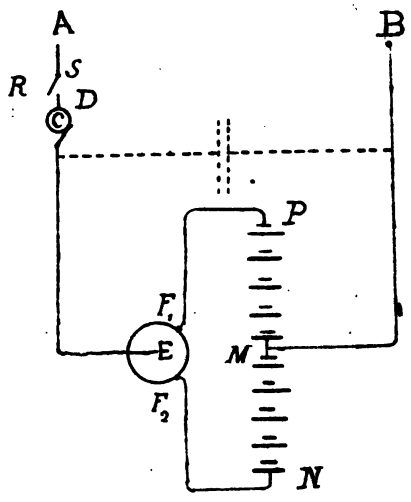
Lorsqu'on se propose de demander à l'appareil le tracé de la ligne représentative de la différence de potentiel en question, il faut évidemment faire en sorte que les déviations de l'équipage mobile soient proportionnelles aux valeurs mêmes de cette différence de potentiel et non à leurs carrés. La disposition employée à cet effet par M. Blondel consiste à mettre l'équipage mobile E de l'électromètre (1) en relation avec le point A et les parties fixes F_1 F_2 isolées l'une de l'autre ainsi que de l'équipage mobile, en relation respectivement avec les pôles P, N d'une pile de force électromotrice $\mathcal{E}$ dont le milieu M est relié au point B (fig. 25)

On a alors :

$$V_1 = V_B + \frac{\mathcal{E}}{2}$$
$$V_2 = V_B - \frac{\mathcal{E}}{2}$$
$$V = V_A$$

(1) L'électromètre employé par M. Blondel est l'électromètre apériodique de Carpentier.

(fig. 25)



et par suite :

$$d = k\varepsilon\,(V_A - V_B)$$

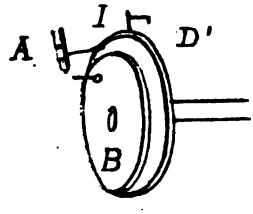
Un conjoncteur mobile C était intercalé entre le point et l'équipage mobile de l'électromètre. Il consistait en une bague métallique isolée, portée par l'arbre de la machine mise en relation permanente avec E et munie d'une saillie ou doigt D venant à chaque tour heurter un ressort isolé R porté par un support S, Ce ressort communiquant en per-manence avec A.

Pour assurer l'identité des contacts successifs M. M. Bedell, Miller et Wagner [1] ont imaginé de remplacer le

(1) Lumière électrique t. L (1893) p. 486.

ressort R par un mince jet de liquide conducteur s'échappant d'un ajustage A et le doigt D par une petite aiguille métallique fixée perpendiculairement à un disque D monté sur l'arbre de la machine et venant une fois par tour couper le jet liquide (fig. 26) L'ajustage d'où sort le jet liquide est porté par un disque D' indépendant du plateau mobile en sorte qu'on peut faire que le contact ait lieu dans tel ou tel azimut que fait connaître le déplacement du disque D' par rapport à un index fixe I.

(fig. 26)



Lorsque l'isolement de l'électromètre n'est pas parfait, il est nécessaire, suivant une remarque déjà faite dans la leçon précédente, de placer en dérivation entre les points C et B (fig. 25), un condensateur.

La phase dans laquelle les points A et B sont saisis par l'appareil d'épreuve au moment du contact dépend de la position du ressort R. On fera donc varier cette phase d'une

manière lente et continue si l'on donne au bras porteur du ressort R un déplacement angulaire lent et régulier dans le sens même de la rotation du doigt D. Dans ces conditions, l'équipage mobile de l'électromètre éprouve un déplacement lent et périodique qu'il suffit d'enregistrer pour avoir la loi de variation de la différence de potentiel $V_A - V_B$.

M. Blondel effectue cet enregistrement par la photographie. A cet effet, un miroir porté par l'équipage mobile de l'électromètre projette l'image d'un point du filament d'une lampe à incandescence sur une fente horizontale étroite f derrière laquelle se trouve, dans une boîte hermétiquement close une feuille de papier photographique [1] enroulé sur un cylindre. A l'axe de ce cylindre est fixé extérieurement le bras porteur du ressort R. Ce bras et le cylindre reçoivent d'un appareil d'horlogerie un mouvement de rotation convenable. Ce mouvement doit être assez lent pour que l'équipage mobile, malgré son inertie, ait bien le temps de prendre les diverses positions correspondant aux différences de potentiel qui sont saisies successivement. Dans l'appareil de M. Blondel le mouvement était réglé de façon que l'inscription d'une période

---

(1) Le papier préféré par M. Blondel est le papier au gélatino-bromure de la Cie Eastman, qualité C (mat) extra-rapide. Les feuilles employées avaient 25cm × 34cm. La durée de pose en chaque point était de 0,8 environ. Une pose de 0,2 serait à la rigueur suffisante. Le développement était fait à l'hydroquinone ou à l'iconogène.

durât au moins cinq minutes.

Avant de mettre un électromètre en expérience, il est nécessaire de vérifier s'il est bien symétrique, c'est-à-dire s'il donne des déviations égales et contraires pour des différences de potentiel $V_A - V_B$ égales et contraires.

Enfin il faut avoir soin, ainsi que l'a indiqué M. Joubert, de mettre l'arbre de la dynamo en relation avec le sol pour éviter les perturbations qui pourraient résulter d'un développement d'électricité par le frottement de la courroie contre la poulie.

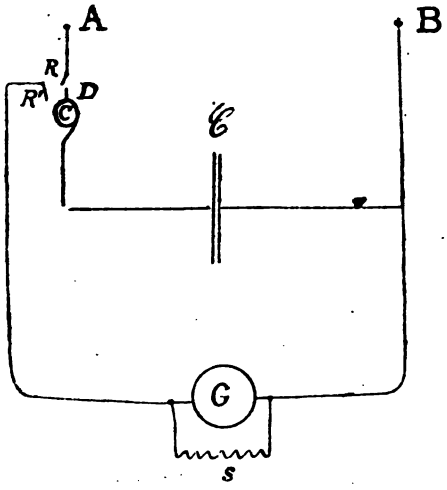
II - Méthode galvanométrique.

Supposons que le conjoncteur précédemment décrit établisse une fois par tour la communication des deux points A et B avec les armatures d'un condensateur C, pendant un temps très court eu égard à la durée d'une période du courant mais néanmoins suffisant pour faire acquérir au condensateur la charge correspondant à la différence de potentiel existant à l'instant du contact entre les points A et B. Il est clair qu'il suffirait de connaître cette charge Q pour avoir une mesure de la différence de potentiel en question puisque :

$$Q = C\,(V_A - V_B)$$

Or imaginons que le doigt mobile D rencontre à la suite du ressort R qui a donné lieu à la charge un second ressort R' donnant lieu à une décharge du condensateur à travers le circuit du galvanomètre G (fig. 27). Si l'arbre porteur de la bague fait n tours par seconde, il

(fig. 27)



y aura, par seconde, n charges suivies de n décharges identiques du condensateur. Le galvanomètre sera donc le siège d'un débit d'électricité égal à

$$n\,C\,(V_A - V_B)$$

Si le nombre n des décharges en une seconde est assez grand, ce qui est ici le cas, le galvanomètre prend, sous l'action de ces décharges, une déviation permanente

identique à celle que lui communiquerait un courant continu mettant en jeu dans le même temps la même quantité d'électricité,[1] c'est-à-dire un courant continu d'intensité :

$$I = n\,C\,(V_A - V_B).$$

La déviation d de l'équipage mobile du galvanomètre est alors liée à la différence de potentiel à mesurer par la relation simple :

$$d = k\,n\,C\,(V_A - V_B),$$

si les décharges passent toutes entières dans le galvanomètre, ou par la relation :

$$d = k\,\frac{s}{s+g}\,n\,C\,(V_A - V_B)$$

si le galvanomètre (de résistance g) est muni d'un shunt de résistance s.[2]

Voilà donc comment à l'aide d'un galvanomètre on

---

(1) Ce fait a été établi pour la première fois par Pouillet : Comptes-rend. de l'Acad. des sc. t. IV (1857) p. 787.

Il suffit de 15 décharges par seconde environ pour que la déviation du galvanomètre soit absolument fixe lorsque la période d'oscillation de l'équipage mobile est voisine d'une seconde.

(2) On pourra modifier la sensibilité : 1°- par le choix du cadre et du fil du galvanomètre, d'où dépend la valeur de k ; 2°- par le choix du shunt s ; 3°- par le nombre n de décharges qu'on peut

peut avoir une déviation permanente qui soit en relation commune avec la différence de potentiel existant à une phase donnée de la période entre les deux points A et B.

Si le bras porteur des ressorts R, R', au lieu d'être immobile, est déplacé très lentement et régulièrement dans le sens du mouvement du doigt D, le galvanomètre prendra successivement toutes les déviations correspondant aux diverses valeurs de $V_A - V_B$ et on aura la ligne représentative de cette différence de potentiel en enregistrant photographiquement les déviations valables du galvanomètre.

C'est d'après ces principes que M. Blondel a disposé ses expériences, Grâce à l'apériodicité excellente et réglable à volonté dans de très larges limites, du galvanomètre Desprez d'Arsonval, la méthode galvanométrique est préférable en pratique à la méthode électrométrique.

III - Méthode électrochimique

Les méthodes stroboscopiques ont l'inconvénient d'exiger l'emploi d'un conjoncteur tournant dont le mouvement soit rigoureusement accordé avec celui de la machine productrice

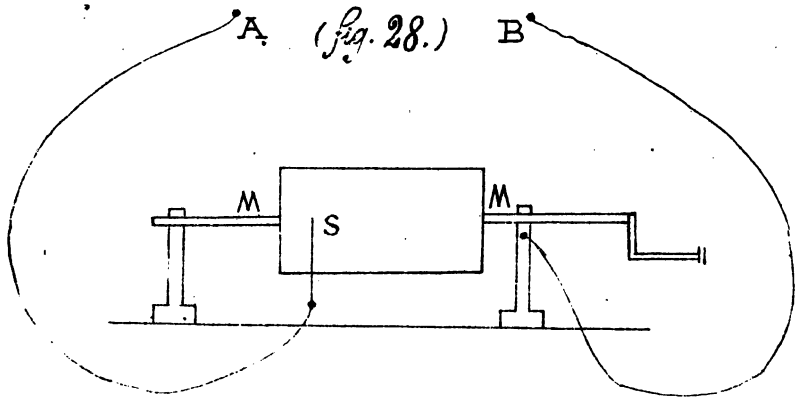
---

accroître en disposant sur la bague plusieurs doigts de contact; 4° par la capacité C du condensateur. Il faudra toutefois s'assurer expérimentalement, en faisant varier cette capacité, qu'elle est sans influence perturbatrice sur la différence de potentiel à mesurer.

du courant alternatif étudié et ne peuvent être appliquées, par conséquent que si l'observateur dispose pour installer le conjoncteur soit de l'arbre de cette machine elle-même, soit de l'arbre d'un moteur synchrone. Il y aurait donc intérêt à posséder une méthode affranchie de cette sujétion et n'exigeant point d'autres données que celle des deux points A et B entre lesquels existe la différence de potentiel variable à étudier.

Une méthode d'inscription électrochimique récemment imaginée par M. Janet [1] présente précisément cet avantage, en même temps qu'une simplicité et une facilité d'emploi remarquables.

Imaginons que sur un cylindre métallique MM (fig. 28)



(fig. 28.)

(1) Sur une méthode d'inscription électrochimique des courants alternatifs – Comptes rend. de l'Ac. des sc. t. CXVIII p. 862.
Séances de la Soc. de Phys. (1894) p. 192.
Détermination de la forme des courants périodiques en fonction du temps au moyen de la méthode d'inscription électrochimique. Comptes rend. CXIX p. 58
Inscription autographique [illegible] au moyen de la méthode électrochimique. Comp. rend. CXIX p. 217 – Lumière électrique. LIII. p. 92.

soit appliquée une feuille de papier imprégnée de la solution de ferrocyanure de potassium et d'azotate d'ammoniaque employée dans le télégraphe électrochimique de Bain [1]

Mettons le cylindre en communication avec le point B et appliquons sur la feuille de papier un style de fer S en relation avec le point A. Le cylindre étant mis en mouvement, nous obtiendrons sur la feuille de papier une ligne bleue discontinue [2]. Chaque trait bleu correspond à des intervalles de temps pendant lesquels la différence de potentiel entre le style et le cylindre, qui n'est autre ici que la différence entre A et B, est supérieure à une certaine limite a, au-dessous de laquelle il n'y a pas électrolyse du cyanure.

Considérons la courbe (fig. 29) qui représenterait la variation de la différence de potentiel entre A et B.

Menons à l'axe des temps une parallèle située à une distance de ce dernier égale à a. Les segments $C'D'$, $C''D''$, $C'''D'''$, ... de cette parallèle qui correspondent aux parties

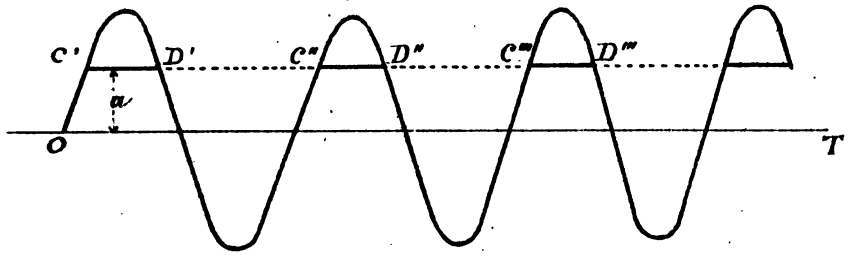
---

(1). Cette solution est formée de parties égales des solutions saturées de ferrocyanure et d'azotate d'ammoniaque, ce mélange étant étendu de six parties d'eau.

(2). C'est le fait que nous avons mis à profit dans la première Leçon comme fournissant un moyen commode de distinguer un courant alternatif d'un courant continu.

de la courbe ayant des ordonnées supérieures à a repré-

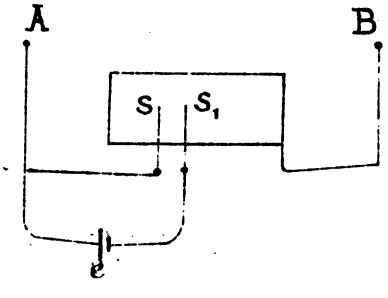
(fig. 29)



-sentent précisément les intervalles de temps pendant lesquels la différence $V_A - V_B$ est supérieure à a. Les traits bleus tracés par le style sur le papier au cyanure figurent donc les cordes $C'D'$, $C''D''$, $C'''D'''$, ... de la ligne représentative cherchée.

Imaginons maintenant qu'on intercale entre le point A et un nouveau style S_1 une pile de force électromotrice e (fig. 30).

(fig. 30)



La différence de potentiel entre S_1 et B sera à chaque instant :

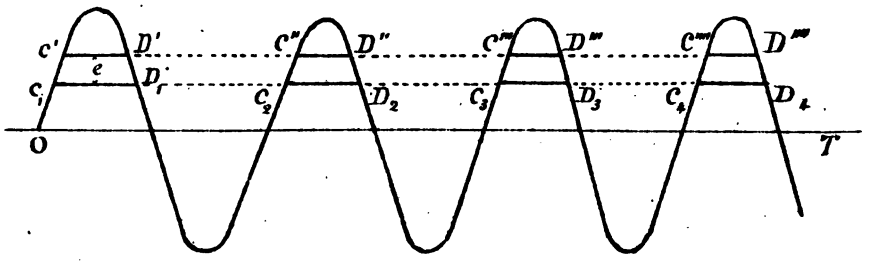
$$V + e$$

Si V désigne au même instant la différence de potentiel entre A et B. Le style S_1 tracera sur la feuille de papier une ligne bleue pendant tous les intervalles de temps où $V+e$ sera supérieure à a, c'est-à-dire pendant tous les intervalles de temps où V sera supérieur à

$$a - e$$

Les traits bleus fournis par ce style représenteront donc les cordes $C_1 D_1$, $C_2 D_2$, $C_3 D_3$ (fig. 31) de la ligne repré-

(fig. 31)



-sentation situés sur une parallèle à l'axe des temps menée

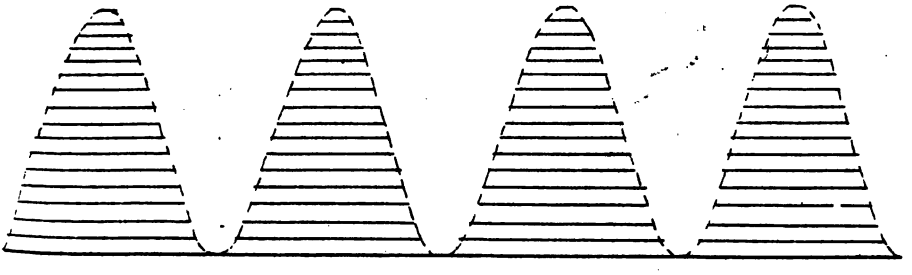
à une distance de cet axe égale à

$$a - c$$

ou, ce qui revient au même, à une distance c au-dessous des cordes $C'D'$, $C''D''$, $C'''D'''$, ...

En donnant à c une série de valeurs positives ou négatives, on aura autant de séries de cordes qu'on voudra et en plaçant ces diverses séries de cordes à des distances de la première respectivement proportionnelles aux valeurs de c qui leur correspondent on aura, en considérant les extré-mités de ces cordes, tout un ensemble de points de la ligne représentative, et l'on pourra tracer cette ligne elle-même en faisant passer par ces points un trait continu. (fig. 32)

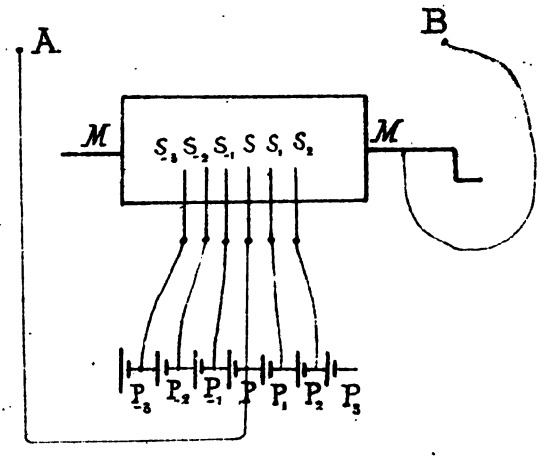
(fig. 32)



Une disposition très simple permet d'obtenir d'un coup tout un ensemble de telles séries de cordes situées

exactement dans la position relative qu'elles occupent sur la ligne représentative. Il suffit pour cela de placer cote à cote, de façon que leurs pointes se trouvent sur une même génératrice du cylindre, un certain nombre de styles équidistants communiquant respectivement avec les points de jonction d'un nombre égal de piles ayant toutes même force électromotrice e et réunies en tension, l'un des points de jonction communiquant d'ailleurs avec le point A, et le point B étant, comme tout à l'heure, relié au cylindre (fig. 33)

(fig. 33.)



Soit P le point de jonction relié directement au point A. Le style S correspondant trace la série des

cordes répondant à l'ordonnée a.[1]

Soient P_1 P_2 P_3, ... les points de jonction situés du coté des potentiels croissants, P_{-1} P_{-2}, P_{-3}, les points situés du coté des potentiels décroissants.

Le potentiel de P_1 est supérieur à celui de A de la quantité e; le style S_1 correspondant trace donc la série des cordes répondant à l'ordonnée $a - e$. De même S_2 trace la série des cordes répondant à l'ordonnée $a - 2e$, etc...,

Le potentiel de P_{-1}, au contraire, est inférieur à celui de A de la quantité e; le style S_{-1} correspondant trace donc la série des cordes répondant à l'ordonnée $a + e$. De même le style S_{-2} trace la série des cordes répondant à l'ordonnée $a + 2e$ etc...,

Il résulte de là évidemment que la courbe représentative de la différence de potentiel variable entre A et B se dessine immédiatement d'elle-même sur la feuille de papier en hachures blanches sur fond blanc.

L'appareil employé par M. Janet comprenait quinze styles dont les pointes équidistantes étaient placées à 1 m/m environ les unes des autres. Ces styles communiquaient respectivement avec quinze points équidistants pris sur une

---

(1). On a remarqué qu'il s'agit des cordes limitant les portions de la courbe situées au-dessus de la ligne de ces cordes.

batterie d'accumulateurs en tension. Deux points consécutifs étaient séparés par deux éléments, en sorte que la quantité e dans les expériences de M. Janet était égale à 4 volts environ.

Comparant sa méthode à celle de M. Joubert, M. Janet fait remarquer qu'au point de vue théorique la différence consiste essentiellement en ce que dans la méthode de M. Joubert on se donne le temps et on mesure le potentiel, tandis que dans la méthode électrochimique on se donne le potentiel et on mesure le temps.

On peut effectuer suivant la même méthode l'étude de toutes les grandeurs périodiques, et c'est précisément cette manière de procéder qui se trouve réalisée, ainsi que l'a fait observer à ce propos M. Blondel (1), dans la méthode imaginée par M. Marcel Deprez (2) pour l'étude graphique de la variation de la pression dans le cylindre d'une machine à vapeur. Le dispositif imaginé par M. Deprez consistait à opposer

---

(1) Remarques sur la méthode électrochimique d'inscription des courants alternatifs.

Comptes rendus de l'Ac. des Sc. t. CXIX (1894) p. 399.

(2). Appareils servant à relever à distance les courbes représentatives du travail de la vapeur dans les cylindres des machines locomotives.

par M. Deprez - Journal de Phys. VII_1 (1878) p. 403.

à la force élastique de la vapeur une pression antagoniste. Un appareil d'épreuve formé d'un mince diaphragme métallique mettait en jeu un signal électrique lorsque la pression de la vapeur devenait supérieure à la pression antagoniste. Un style traçait donc sur une feuille de papier une certaine corde de la ligne représentative. En donnant différentes valeurs à la pression antagoniste on obtenait une série de cordes différentes ; la ligne représentative cherchée était le lieu des extrémités de ces cordes.

Si elle est un peu inférieure en précision aux méthodes stroboscopiques la méthode électrochimique a par contre l'avantage d'une grande simplicité et d'une grande facilité d'emploi qui en font une méthode véritablement pratique et industrielle. Enfin elle est jusqu'à présent la seule qui dispense l'observateur d'avoir à sa disposition la machine productrice du courant à étudier !(1)

---

(1) - P. Janet « Sur une méthode d'inscription électrochimique des courants alternatifs.

Bulletin de la Soc. Intern. des Electriciens t. XII (1895) p. 6.

6e Leçon

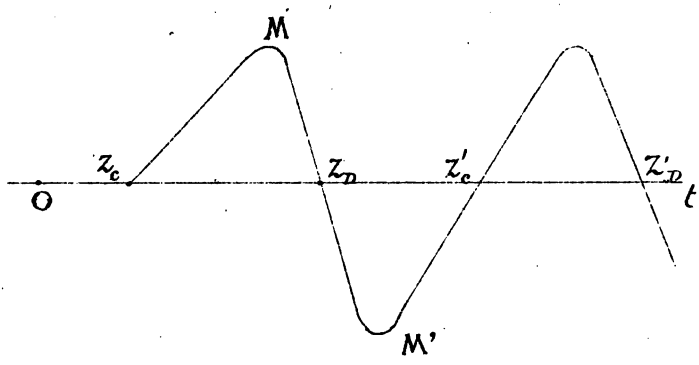
Résultats généraux de l'étude des différences de potentiel périodiquement variables.

L'examen des différences de potentiel variables que présentent les conducteurs faisant partie des circuits qui sont le siège de forces électromotrices alternatives joue dans l'étude des phénomènes auxquels donnent lieu ces conducteurs un rôle capital. Aussi allons nous dès maintenant en développer les principaux résultats.

Comme lignes représentatives des différences de potentiel en question on trouve toujours les courbes sinueuses (fig. 34) formées entre deux points de rencontre homologues avec l'axe des temps, de deux parties situées de part et d'autre de cet axe et correspondant l'une à des valeurs d'un

sens, l'autre a des valeurs de sens contraire de la différence de potentiel considérée.

(fig. 34)



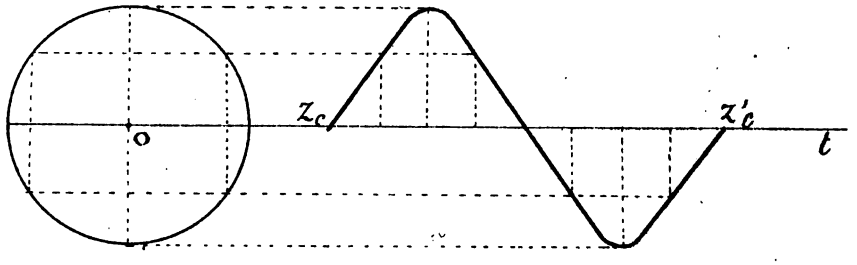
Les points de la courbe situés sur l'axe des temps représentent les valeurs nulles de la différence de potentiel et leurs abscisses font connaître les instants où ces valeurs se sont trouvées réalisées. Parmi ces points, qu'on nomme les <u>zéros de la courbe</u>, les uns Z_c, Z'_c appartiennent à des périodes de croissance et les autres Z_D, Z'_D à des périodes de décroissance de la différence de potentiel considérée. Pour avoir une idée complète de la courbe représentative en question, il suffit d'envisager la partie de cette courbe comprise entre deux zéros voisins de même catégorie, Z_c et Z'_c par exemple.

La distance $z_c z'_c$ représente, à l'échelle des temps, la durée 'T' d'une période. La courbe montre que dans cet intervalle la différence de potentiel considérée partant de zéro va en croissant jusqu'à un certain maximum M, puis décroit, s'annule, croit en sens contraire jusqu'à un maximum M' puis décroit et redevient nulle pour repas-sser ensuite par les mêmes alternatives.

La forme la plus simple que puisse offrir une telle courbe représentative est celle d'une sinusoïde.

Il est facile de reconnaître graphiquement si une courbe sinueuse obtenue par expérience est ou non prati-quement une sinusoïde.

(fig. 35)

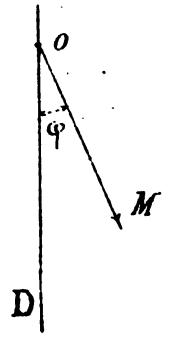


A cet effet (fig. 35), d'un point O de l'axe des temps comme centre et avec un rayon égal à l'ordonnée maxima

de la courbe on décrit une circonférence. Divisant ensuite la distance $Z_c Z'_c$ de deux zéros homologues consécutifs en un certain nombre de parties égales et considérant les points de la courbe qui ont pour projection sur Ot les points de division, on en détermine les projections sur la circonférence. Si la courbe est une sinusoïde, ces projections doivent déterminer une division de la circonférence en parties égales.

Pour définir une sinusoïde, il n'est pas nécessaire d'en donner le tracé graphique, il suffit d'en faire connaître la période, l'amplitude et la phase. Ces deux derniers éléments sont susceptibles d'une représentation géométrique très simple qui consiste à tracer (fig. 36) à partir d'un point O d'une droite fixe OD un segment OM ayant une

(fig. 36)



longueur numériquement égale à l'amplitude et faisant avec OD un angle φ numériquement égal à l'angle de phase,

à droite ou à gauche de OD suivant que l'angle φ est affecté du signe $+$ ou du signe $-$ dans l'expression de la sinusoïde en question [1]

Les différentes ordonnées de la sinusoïde considérée sont égales aux différentes valeurs que prendrait la distance du point M à la droite D si le segment OM tournait autour de O d'un mouvement uniforme en sens inverse des aiguilles d'une montre.

La forme de la courbe représentative de la différence de potentiel entre deux points A et B d'un conducteur faisant partie du circuit d'une machine alternative est en relation étroite avec la loi de variation de la force électromotrice de cette dernière.

Etant donnée une machine alternative, pour trouver la loi de variation de sa force électromotrice, il suffit de la faire fonctionner à circuit ouvert et de faire l'étude de la différence de potentiel variable qui existe alors entre ses bornes, car cette différence de potentiel est égale à chaque instant à la force électromotrice. Or l'étude de cette différence de potentiel peut être faite par l'une quelconque des méthodes exposées dans les leçons précédentes, à l'exception toutefois de la méthode de compensation de M. Joubert (page 69)

---

(1). Ce mode de représentation des sinusoïdes par des vecteurs a été employé pour la première fois par Fresnel.

qui exige l'établissement d'une communication conductrice entre les deux points considérés.

Ayant soumis à cette étude une machine Siemens, M. Joubert trouva que sa force électromotrice suivait une loi exactement sinusoïdale.

Voici, en effet, comme exemple, le tableau des résultats d'une série de mesures :

Fractions de périodes (en vingtièmes de périodes).	Différences de potentiel observés entre les bornes (en volts)
0	0
1	152
2	290
3	399
4	475
5	502
6	477
7	410
8	288
9	154
10	0

La courbe représentant ces résultats se confond pratiquement avec une sinusoïde qui aurait mêmes zéros et même ordonnée maxima. En effet, les ordonnées de cette sinusoïde répondant aux mêmes abscisses que les ordonnées de la courbe

indiquées dans le tableau précédent seraient :

0

155

291

406

476

502

476

406

291

155

0

L'instrument employé par M. Joubert dans ces mesures était un exemplaire de l'électromètre balance imaginé par W. Thomson pour l'étude de l'électricité atmosphérique (portable électromètre)[1]. L'un des pôles de la machine était mis en relation permanente avec la cage de l'appareil et l'autre, par l'intermédiaire d'un conjoncteur tournant, avec la seconde borne de l'électromètre.

Relativement à l'influence de la machine sur la loi de variation de la différence de potentiel entre deux points A et B d'un

---

(1) - Dans l'appareil employé par M. Joubert chaque division du micromètre correspondait à 3 volts, 63 ; la lecture se faisait à $\frac{1}{3}$ de division, c'est-à-dire à 1 volt près environ. L'échelle de l'appareil s'étendait à plusieurs milliers de volts.

circuit parcouru par un courant alternatif on peut énoncer les propositions suivantes :

1° — La période de la différence de potentiel et la période de la force électromotrice sont égales entre elles ;

2° — Toutes les fois que la force électromotrice d'une machine alternative est sinussoïdale, si son circuit ne comprend aucun arc électrique, la différence de potentiel entre deux points A et B de tout conducteur faisant partie de ce circuit suit également la loi sinussoïdale ;

3° — L'ordonnée maxima de la sinussoïde représentant la différence de potentiel étudiée dépend, toutes choses égales d'ailleurs, de la vitesse de rotation de la machine ou, en d'autres termes, de la durée de la période ;

4° — Les zéros de la différence de potentiel considérée et les zéros de la force électromotrice ne sont pas concomitants. Ceux-là sont postérieurs à ceux-ci. En d'autres termes, il existe en général, entre la force électromotrice et la différence de potentiel considérée une <u>différence de phase</u>.

Si

$$E = \mathcal{E} \sin. \frac{t}{T} 2\pi$$

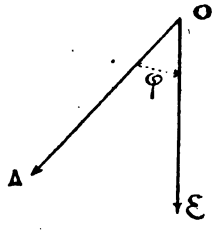
et

$$D = \Delta \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi\right)$$

sont respectivement les expressions de la force électromotrice d'une machine alternative et de la différence de potentiel existant

entre deux points de son circuit, ces quantités, d'après les conventions indiquées tout à l'heure, seront représentées (fig. 37) l'une par le vecteur $O\mathcal{E}$, l'autre par le vecteur $O\Delta$ situé à gauche du premier à une distance angulaire égale à φ.

(fig. 37)



Pour déterminer la différence de phase φ entre la force électromotrice sinusoïdale d'une machine alternative et la différence de potentiel D (également sinusoïdale) existant entre deux points de son circuit, M. Joubert mesurait la valeur D_0 que présentait la différence de potentiel au moment d'un zéro de la force électromotrice et la valeur D_1 qu'elle présentait un quart de période après.

L'expression générale de D étant :

$$D = \Delta \sin \left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi \right) \text{ (1)}$$

on avait :

$$D_0 = - \Delta \sin \varphi$$

$$D_1 = \Delta \cos \varphi$$

(1) - En supposant le temps compté à partir d'un zéro de la force électromotrice.

d'où

$$\varphi = \text{angle cotg.} \frac{-D_1}{D_0}$$

ou

$$\varphi = \text{angle sin} \frac{-1}{\sqrt{1+\left(\frac{D_1}{D_0}\right)^2}}$$

Ces mesures permettaient aussi de connaître Δ, c'est-à-dire la valeur maxima de D, car on déduit des expressions de D_0 et de D_1 :

$$\Delta^2 = D_0^2 + D_1^2 \text{ (1)}$$

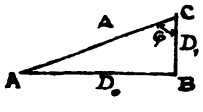
Cette dernière relation n'est qu'un cas particulier d'une relation générale exprimée par le théorème suivant :

<u>Si D_i et D_j sont deux ordonnées d'une sinusoïde distantes d'un quart de période, la somme de leurs carrés est égale au carré de l'ordonnée maxima.</u>

On a vu, en effet, que pour avoir les diverses ordonnées d'une sinusoïde d'amplitude Δ il suffit de faire tourner

---

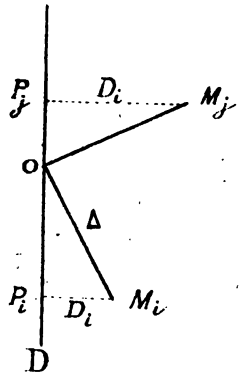
(1) Pour construire géométriquement φ et Δ il suffit de tracer deux droites rectangulaires AB et BC numériquement égales respectivement à D_0 et D_1. L'hypothénuse AC du triangle rectangle ABC



est numériquement égale à Δ et l'angle ACB est égal à φ.

autour d'un point O d'une droite D un vecteur OM numériquement égal à Δ et de considérer les diverses valeurs de la distance MP de son extrémité à la droite D. Pour avoir deux ordonnées D_i, D_j distantes d'un quart de période il faudra donc envisager deux positions OM_i, OM_j du vecteur mobile distantes d'un quart de tour, c'est-à-dire d'un angle droit, et considérer les distances $M_i P_i = D_i$ et $M_j P_j = D_j$ de leurs extrémités M_i et M_j à la droite D (fig. 38)

(fig. 38)



Or, si l'on remarque que $OP_i = M_j P_j = D_j$, on voit que les cotés du triangle rectangle OP_iM_i sont égaux respectivement à D_j, D_i et Δ. On a, par suite, Δ étant l'hypothénuse :

$$D_i^2 + D_j^2 = \Delta^2$$

La comparaison des différences de potentiel D, D' en deux couples de points différents (A, B), $(A' B')$ appartenant à un même circuit donne lieu aux remarques générales suivantes :

1. Les périodes de variations des différences D et D' sont égales entre elles et égales à la période de variation de la force électromotrice de la machine qui actionne le circuit considéré. La durée commune de ces périodes dépend donc de la vitesse de rotation de la machine.

2. Les zéros des différences D et D' ne sont pas, en général, concomitants ; en d'autres termes, ces différences de potentiel présentent, en général, l'une par rapport à l'autre une différence de phase.

3. Les valeurs maxima des différences D et D' ne sont, en général, ni égales ni concomitantes.

4. Si l'une des différences est sinusoïdale, l'autre l'est aussi ; mais d'après les remarques qui précèdent les sinusoïdes qui les représentent n'ont, en général, ni la même ordonnée maxima ni la même phase.

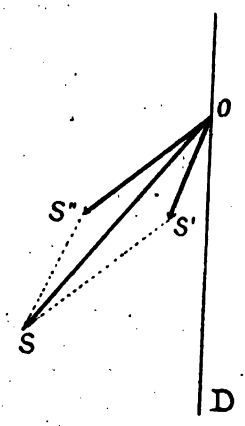
5. Si l'on considère dans un circuit trois points A, B, C, la différence de potentiel D entre les points extrêmes A et C est égale à la somme algébrique des différences D' et D'' existant respectivement d'une part entre A et B, d'autre part entre B et C.

Si les différences D' et D'' sont sinusoïdales, la somme

D l'est aussi et possède la même période. L'amplitude et la phase de D sont liées aux amplitudes et aux phases de D' et de D" par des relations très simples que définit le théorème suivant :

Soient OS' et OS" (fig. 39) les vecteurs représentant deux sinusoïdes S' et S" de même période, le vecteur OS représentant la sinusoïde de même période S que donne la somme algébrique de S' et de S" est la résultante géométrique des vecteurs OS' et OS", c'est-à-dire la diagonale du parallélogramme ayant pour cotés OS' et OS".

(fig. 39)



En d'autres termes, l'amplitude ou ordonnée maxima de la sinusoïde S est numériquement égale au segment OS et son angle de phase φ est égal à l'angle que fait ce segment avec la droite fixe OD dont les segments OS' et OS" sont séparés par des angles φ' et φ" respectivement égaux aux angles de

phase des sinusoïdes S' et S''.[1]

Si à la sinusoïde S on ajoute une sinusoïde S''' de même période, le résultat est encore une sinusoïde de même période. Donc la somme de trois sinusoïdes S', S'', S''' de même période est une sinusoïde de même période que les composantes.

La généralisation de ce théorème est évidente :

<u>La somme d'un nombre quelconque de sinusoïdes de même période est une sinusoïde de même période représentée en amplitude et en phase par la résultante géométrique des vecteurs représentatifs des sinusoïdes composantes</u>.

Pour obtenir la résultante géométrique d'une série de vecteurs donnés en grandeur et en direction, on mène par l'extrémité du premier un segment égal et parallèle au second, par l'extrémité de ce segment, un segment égal et parallèle au troisième et ainsi de suite. La résultante cherchée est la droite joignant l'origine à l'extrémité de la ligne polygonale ainsi obtenue.

---

(1) La vérification expérimentale de ce résultat peut se faire au moyen de deux diapasons de même période vibrant parallèlement, et dont l'un porte une plaque de verre enfumée sur laquelle un style porté par l'autre trace une ligne sinueuse. On constate que cette ligne est une sinusoïde de même période que les composantes.

7e Leçon

Indication des Electromètres mis en relation permanente avec des points présentant des différences de potentiel alternatives périodiques — Valeur efficace d'une différence de potentiel alternative périodique.

Etant donné un conducteur parcouru par un courant constant en intensité et en direction, l'indication fournie par un électromètre ou un voltmètre mis en relation avec deux points A et B de ce conducteur est toujours la même, soit qu'on établisse cette relation d'une façon fugitive et intermittente, à des intervalles réguliers ou non (1), soit qu'on l'établisse d'une façon permanente.

Lorsqu'on a affaire à un conducteur faisant partie

(1) Pourvu que la durée des intermittences soit suffisamment petite.

d'un circuit où agit une force électromotrice alternative et périodique, il n'en est plus de même. Si la mise en relation des deux points A et B avec l'appareil d'épreuve est fugitive et intermittente, l'indication obtenue n'est fixe qu'à la condition que la durée T' des intermittences soit égale à la durée T de la période de la force électromotrice, ou à un de ses multiples, et, de plus, cette indication dépend de la phase dans laquelle se trouve le conducteur au moment de la prise de contact. Lorsque la durée T' des intermittences est différente de T ou d'un de ses multiples, l'indication obtenue varie continuellement.

Qu'arrive-t-il lorsque deux points A et B étant le siège d'une différence de potentiel alternative périodique leur mise en relation avec l'appareil d'épreuve est maintenue d'une façon permanente ? Telle est la question dont l'examen s'impose actuellement à notre attention.

L'effet observé, dans ces conditions, dépend à la fois de la constitution de l'appareil d'épreuve et de la loi de variation de la différence de potentiel qui lui est appliquée.

Si l'appareil d'épreuve est à indications assez rapides pour pouvoir obéir sans retard aux fluctuations de la différence de potentiel considérée, il fonctionne comme <u>oscillographe</u> et donne comme indication la série des valeurs de la différence de potentiel en question. Ce cas ne saurait être

envisagé ici autrement que pour mémoire, car il a déjà été étudié dans une leçon précédente.

La question posée ci-dessus ne constitue pour nous un problème nouveau à résoudre que dans le cas où il s'agit d'un appareil d'épreuve à indications lentes relativement à la durée de la période de la différence de potentiel variable mise en jeu.

Passons donc en revue les principaux types d'appareils d'épreuve à indications lentes et voyons comment ils doivent se comporter sous l'action de différences de potentiel rapidement et périodiquement variables.

Nous ne prendrons en considération, au point de vue qui nous occupe, que deux catégories d'électromètres ou voltmètres à indications lentes, savoir : 1° — ceux sur lesquels une différence de potentiel constante produit un effet proportionnel à sa valeur et que nous appellerons pour abréger, <u>électromètres du 1er degré</u> ; 2° — ceux sur lesquels une différence de potentiel constante produit un effet proportionnel au carré de sa valeur et que nous appellerons, <u>électromètres du 2e degré</u>.

1° — Effet d'une différence de potentiel alternative périodique sur un électromètre à indications lentes du 1er degré.

Un électromètre à indications lentes du 1er degré peut,

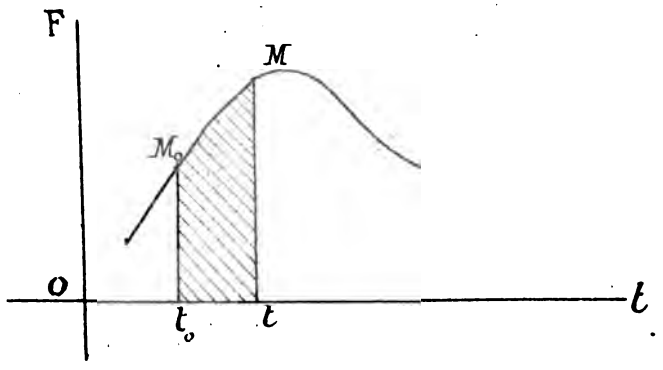
en termes généraux, être défini : un appareil dans lequel un équipage mobile possédant une période d'oscillation propre relativement grande est soumis, par l'effet d'une différence de potentiel donnée, à une action (force ou couple) proportionnelle à cette différence, en sorte que si l'on désigne par D la différence de potentiel agissante et par F l'action qui en résulte on a :

$$F = kD$$

Pour mesurer F et connaître par suite D on peut soit déterminer la force antagoniste capable de maintenir l'équipage mobile dans sa position normale, soit, ce qui rend les observations plus faciles, disposer l'équipage de façon que son déplacement développe une force antagoniste croissant avec l'écart qu'il présente par rapport à sa position normale. Dans ce cas, l'équipage en question atteint, sous l'influence de chaque différence de potentiel D, une position d'équilibre particulière caractérisée par une déviation d, qui moyennant une graduation préalable de l'appareil, permet de connaître D.

Étant donnée (fig. 40) la courbe représentative d'une action variable (force ou couple) on sait que l'aire $M_0 t_0 t M$, comprise entre l'axe des temps, un segment $M_0 M$ de la courbe et les ordonnées $M_0 t_0$, Mt correspondant aux extrémités de ce segment, représente numériquement la quantité de mouvement

(fig. 40)



communiquée, pendant le temps $t - t_0$, par l'action variable, au corps sur lequel elle agit. Le quotient de cette aire par le paramètre d'inertie du corps (masse ou moment d'inertie) fait donc connaître l'excès $v - v_0$ de la vitesse (rectiligne ou angulaire) possédée par le corps à l'instant t sur sa vitesse à l'instant t_0. Si la courbe présente des parties situées au-dessus et au-dessous de l'axe des temps, ce qui arrive lorsque l'action considérée agit tantôt dans un sens tantôt en sens contraire il faut, pour appliquer ce théorème, compter positivement les aires situés d'un côté de l'axe des temps et négativement les aires situés du coté opposé.

Dans le cas d'une différence de potentiel alternative périodique D agissant sur l'équipage mobile d'un électro-mètre du 1er degré, la ligne représentative de l'action F est,

comme celle de D, dont ses ordonnées se déduisent par simple pro-portionnalité, formée de sinuosités qui, dans l'intervalle d'une période, délimitent, de part et d'autre de l'axe des temps, des aires respectivement égales entre elles et dont la somme algébrique est par conséquent nulle.

Si donc on applique, dans ce cas, à l'intervalle d'une période le théorème rappelé tout à l'heure on voit que la diffé-rence des vitesses possédées par l'équipage mobile de l'électro-mètre à la fin et au commencement d'une période est nulle. La vitesse étant nulle au début de la première période, le sera donc aussi à la fin de chacune des périodes suivantes. D'ailleurs elle ne prendra aux instants intermédiaires que des valeurs très petites puisque pour obtenir ces valeurs il faut diviser la valeur numérique des aires correspondantes, toujours très petites, par le paramètre d'inertie de l'équipage mobile qui, par hypothèse a une valeur relativement grande. L'équipage en question n'éprouvera donc, dans les conditions considérées, que des déviations très petites qui pourront être pra-tiquement inappréciables.

Nous sommes donc conduits à la conclusion suivante :

<u>Un électromètre à indications lentes du premier degré soumis à l'action d'une différence de potentiel alternative périodique ne donne pratiquement aucune indication et demeure au zéro comme s'il n'existait entre ses bornes aucune différence de potentiel</u>.

2° — *Effet d'une différence de potentiel alternative et périodique sur un électromètre à indications lentes du 2e degré.*

Un électromètre à indications lentes du 2e degré peut être défini en général : un appareil dans lequel un équipage mobile possédant une période d'oscillation propre relativement grande est soumis, par l'effet d'une différence de potentiel donnée, à une action (force ou couple) proportionnelle au carré de cette différence, en sorte que si l'on désigne par D la différence de potentiel agissante et par F l'action qui en résulte on a :

$$F = k.D^2$$

La courbe représentative de l'action variable F a donc ici ses ordonnées proportionnelles aux carrés des ordonnées de la courbe D et situées toutes d'un même coté de l'axe des temps, car l'action F, lorsqu'elle est proportionnelle à D^2, ne change pas de sens avec D. Il suit de là que l'aire que l'on doit prendre en considération pour calculer la différence des vitesses de l'équipage mobile de l'électromètre à deux instants t et t_0 ne peut en aucun cas être nulle.

La quantité de mouvement communiquée à l'équipage mobile d'un électromètre du 2e degré va donc en

croissant continuellement ; cet équipage par conséquent ne peut être maintenu sensiblement en équilibre que si l'on oppose à F une action antagoniste Φ telle que sous l'influence de la résultante $F - \Phi$ l'équipage ne prenne que des vitesses insensibles.

Soit $\mathcal{F}$ la moyenne des ordonnées que présente la courbe F dans l'intervalle d'une période, c'est-à-dire une ordonnée telle que l'aire du rectangle qui aurait pour hauteur $\mathcal{F}$ et pour base T soit égale à l'aire correspondant à la partie de la courbe relative à la période en question. Une action égale à $\mathcal{F}$ opposée, pendant la durée de cette période, à l'action variable F neutraliserait exactement l'effet de cette dernière. Si donc à l'action variable F on oppose une action antagoniste permanente et de grandeur invariable $\mathcal{F}$ ayant la valeur qui vient d'être définie, la vitesse de l'équipage mobile, nulle au début, sera nulle aussi à la fin de chacune des périodes successives et ne prendra dans l'intervalle que des valeurs très petites comme étant les différences de celles qu'engendreraient séparément F et $\mathcal{F}$. En d'autres termes, si l'équipage mobile considéré est soumis à l'action $F - \mathcal{F}$ la ligne représentative de cette action est une courbe obtenue en retranchant une longueur constante $\mathcal{F}$ aux ordonnées de la courbe F, ce qui revient à

transporter la courbe F parallèlement à elle-même d'une quantité $\mathcal{F}$ vers l'axe des temps. La courbe ainsi obtenue a des parties situées alternativement au-dessus et au-dessous de l'axe des temps et l'aire comprise entre l'ordonnée origine et une ordonnée prise à des distances croissantes de la première, au lieu d'aller en augmentant continuellement, devient périodiquement nulle sans jamais s'écarter notablement de zéro. Soumis à l'action $F - \mathcal{F}$ l'équipage mobile d'un électromètre du 2e degré à indications lentes se trouve par conséquent dans les mêmes conditions que l'équipage mobile d'un électromètre du 1er degré à indications lentes soumis à l'action F, il pourra donc être pratiquement en repos.

Nous arrivons en conséquence à cette conclusion que soumis à l'action d'une différence de potentiel alternative périodique l'équipage mobile d'un électromètre du 2e degré à indications lentes est sollicité à abandonner sa position normale d'équilibre. — Si on veut l'y maintenir il faut lui appliquer une action antagoniste $\mathcal{F}$ convenable. Si l'appareil est disposé de façon qu'une action antagoniste naisse d'une déviation de l'équipage mobile par rapport à sa position normale de repos, il prendra une déviation d telle que l'action antagoniste qui en résulte soit égale à $\mathcal{F}$.

En définitive, soumis à l'action d'une différence de potentiel alternative périodique l'équipage mobile d'un électromètre du 2e degré à indications lentes se comporte comme s'il était soumis à l'action d'une différence de potentiel permanente et de grandeur invariable.

Valeur efficace d'une différence de potentiel alternative périodique.

D'après la proposition précédente, à toute différence de potentiel alternative périodique D agissant sur un électromètre à indications lentes du 2e degré on peut faire correspondre une différence de potentiel permanente $\mathcal{D}$ qui produirait le même effet apparent.

Cette différence $\mathcal{D}$ dont la valeur est obtenue en interprétant la lecture de l'électromètre comme si l'on avait affaire à une différence de potentiel permanente, est désignée sous le nom de valeur efficace de la différence de potentiel alternative considérée.

Puisqu'il y a entre $\mathcal{D}^2$ et $\mathcal{F}$ le même rapport qu'entre D^2 et F, d'après les relations :

$$\mathcal{F} = k\,\mathcal{D}^2,$$
$$F = k\,D^2;$$

caractéristiques de l'électromètre, de même que $\mathcal{F}$ est représentée par l'ordonnée moyenne de la courbe F, de même $\mathcal{D}^2$ sera représentée par l'ordonnée moyenne de la courbe figurative du carré D^2 de la différence de potentiel variable.

En résumé, <u>la valeur efficace $\mathcal{D}$ d'une différence de potentiel alternative D est égale numériquement à la racine carrée du carré moyen de D, et elle est indiquée par la lecture d'un électromètre du 2e degré soumis à l'action de cette différence de potentiel</u>.

Cas d'une différence de potentiel alternative Sinussoïdale

Dans le cas particulier où la différence de potentiel alternative D est sinusoïdale, c'est-à-dire est représentée par une expression de la forme :

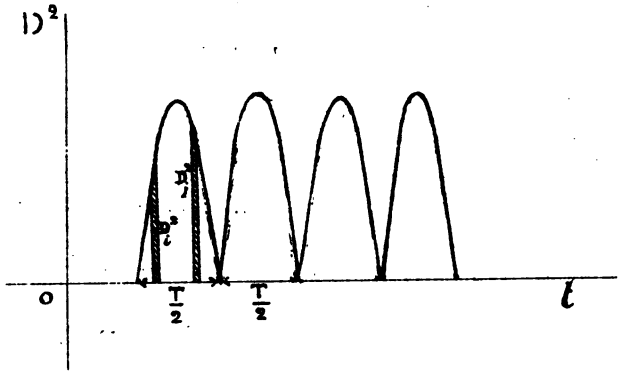
$$D = \Delta \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi\right)$$

sa valeur efficace $\mathcal{D}$ est en relation très simple avec sa valeur maxima Δ

Considérons, en effet, la courbe représentative de D^2. Elle se compose d'une série de boucles identiques entre elles, ayant leurs zéros distants les uns des autres de $\frac{T}{2}$, et toutes situées d'un même coté de l'axe des temps (fig. 41)

Pour avoir l'ordonnée moyenne, il suffit d'évaluer l'aire

(fig. 41)



d'une de ces boucles et de la diviser par sa base $\frac{T}{2}$. Pour cela, partageons cette aire en rectangles infiniment petits ayant tous même base infiniment petite ε et associons à chaque rectangle compris dans la première moitié de la boucle le rectangle de la seconde moitié qui en est séparé par une distance égale à $\frac{T}{4}$. Si D_i^2 et D_j^2 sont respectivement les ordonnées qui forment les hauteurs de ces rectangles, la somme des aires de ceux-ci est :

$$D_i^2 \varepsilon + D_j^2 \varepsilon ,$$

ou

$$(D_i^2 + D_j^2) \varepsilon$$

Or on sait (voir la leçon précédente) que la somme $D_i^2 + D_j^2$

des carrés des ordonnées d'une sinusoïde séparées par un quart de période est égale au carré de l'ordonnée maxima. La somme des aires des deux rectangles conjugués considérés est donc égale à :

$$\Delta^2 \varepsilon$$

Pour avoir l'aire de la boucle en question il faut faire la somme de tous les groupes de rectangles conjugués qu'elle contient. On voit donc que cette boucle a une aire équivalente à celle d'un rectangle qui aurait pour hauteur Δ^2 et pour base $\frac{T}{4}$, et par suite à celle d'un rectangle de hauteur $\frac{\Delta^2}{2}$ et de base $\frac{T}{2}$. L'ordonnée moyenne cherchée a donc pour valeur :

$$\frac{\Delta^2}{2}$$

Or cette ordonnée moyenne n'est autre que le carré de la valeur efficace de la différence de potentiel alternative considérée. On a donc, dans le cas d'une différence de potentiel sinusoïdale :[1]

$$\mathcal{D}^2 = \frac{\Delta^2}{2},$$

ou

$$\mathcal{D} = \frac{\Delta}{\sqrt{2}},$$

---

(1) Lorsque la différence de potentiel alternative D suit une loi

ou enfin, en mettant en évidence la valeur numérique pratique du facteur $\frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$\mathcal{D} = 0.707\ \Delta\ .$$

Donc, dans le cas d'une différence de potentiel sinusoïdale, la mesure de la valeur efficace $\mathcal{D}$ permet de calculer la valeur maxima Δ. On a, en effet,

$$\Delta = \mathcal{D}\sqrt{2}$$

ou

$$\Delta = 1.414\ \mathcal{D}.$$

---

périodique quelconque, elle est équivalente à une somme de différences sinusoïdales de périodes T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, ..., et est par conséquent représentée par une expression de la forme :

$$D = \Delta_1 \sin\left(\frac{t}{T}\,2\pi - \varphi_1\right) + \Delta_2 \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{2}}\,2\pi - \varphi_2\right) + \\ + \Delta_3 \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{3}}\,2\pi - \varphi_3\right) + \ldots\ldots$$

Dans ce cas, on démontre que le carré de la valeur efficace est égal à la demi-somme des carrés des amplitudes Δ_1, Δ_2, Δ_3, ... des composantes, c'est-à-dire que l'on a :

$$\mathcal{D}^2 = \frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 + \ldots}{2}$$

Mesure de la différence de phase de deux différences de potentiel sinusoïdales de même période.

Soient

$$D' = \Delta' \sin \frac{t}{T} 2\pi$$

et

$$D'' = \Delta'' \sin \left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi\right)$$

deux différences de potentiel sinusoïdales de même période T présentant l'une par rapport à l'autre une différence de phase φ.

Considérons le produit $D'D''$. Son expression est :

$$D'D'' = \Delta'\Delta' \cos\varphi \sin^2 \frac{t}{T} 2\pi - \Delta'\Delta'' \sin\varphi \sin\frac{t}{T} 2\pi \cos\frac{t}{T} 2\pi$$

La valeur moyenne du second terme, dans l'intervalle d'une période, étant nulle, la valeur moyenne de $D'D''$ se réduit à la valeur moyenne du premier terme. On a donc :

$$(D'D'')_{moy} = \Delta'\Delta' \cos\varphi \left(\sin^2 \frac{t}{T} 2\pi\right)_{moy}$$

or la valeur moyenne de $\sin^2 \frac{t}{T} 2\pi$ ainsi qu'on l'a vu, tout à l'heure, est $\frac{1}{2}$.

Donc

$$(D'D'')_{moy} = \frac{\Delta'\Delta''}{2} \cos.\varphi ,$$

ou

$$(D'D'')_{moy.} = \frac{\Delta'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\Delta''}{\sqrt{2}} \cos\varphi,$$

ou enfin

$$(D'D'')_{moy} = \mathcal{D}' \cdot \mathcal{D}'' \cos\varphi,$$

$\mathcal{D}'$ et $\mathcal{D}''$ étant les valeurs efficaces des différences de potentiel considérées.

Il suffit donc de joindre à la mesure des valeurs efficaces de deux différences de potentiel sinusoïdales de même période celle de leur produit moyen pour pouvoir calculer leur différence de phase.

Voyons, en conséquence, comment on peut effectuer la mesure de $(D'D'')_{moy.}$

L'appareil propre à cette mesure est l'électromètre de **Curie** et **Blondlot**.

Cet électromètre se compose d'un cercle métallique fixe formé de deux demi cercles isolés électriquement l'un de l'autre, au-dessous duquel se trouve un cercle métallique mobile formé également de deux demi-cercles isolés. Ces demi cercles étant portés respectivement aux potentiels V_1, V_2, V_3, V_4, les déviations de l'équipage mobile font connaître le produit :

$$(V_1 - V_2)\ (V_3 - V_4)$$

Donc si deux des demi cercles communiquent respec-
-tivement avec deux points (A', B') entre lesquels existe une différence de potentiel sinusoïdale D' et les deux autres avec deux points (A'', B'') entre lesquels existe une autre différence de potentiel sinusoïdale D'', l'appareil indi-
-quera la valeur moyenne du produit $D'D''$.

Le produit moyen étant déterminé ainsi que les valeurs efficaces, on calculera la différence de phase φ par la formule :

$$\cos \varphi = \frac{(D'D'')_{moy}}{\mathcal{D}'\mathcal{D}''}$$

8e Leçon

— Notion de courant à intensité variable —

- Courbes d'intensités -

Valeur efficace de l'intensité d'un courant alternatif.

Considérons un de ces appareils galvanométriques à indications rapides que nous avons déjà eu occasion de décrire sous le nom d'oscillographes, et en particulier le plus parfait de tous, c'est-à-dire l'oscillographe de M. Blondel; Intercalé dans un circuit où agit une force électromotrice variable un tel appareil présente dans ses indications une évolution concomitante de celle de cette force électromotrice.

Considérons la ligne représentative de la série des valeurs successives du paramètre variable (*élongation d'un équipage mobile*) que l'appareil, dans ces conditions, offre à l'observation.

Soit p la valeur de ce paramètre répondant à un instant t. On peut toujours concevoir un courant constant

qui, agissant sur l'appareil, serait capable, grâce à une intensité convenable I, de donner au paramètre galvanométrique précisément cette valeur p. En d'autres termes, chaque valeur présentée par le paramètre p peut être considérée comme définissant une intensité de courant I particulière ; et, au lieu de la courbe représentative des valeurs de p, on peut, pour définir la série des effets éprouvés par l'appareil intercalé dans le circuit, considérer la courbe représentative des valeurs de I correspondantes. — On n'exprime pas autre chose en disant que l'appareil dans lequel ces indications sont obtenues est parcouru par un courant variable dont l'intensité est à chaque instant la valeur de I calculée, au moyen de la graduation de l'appareil, d'après la valeur de p observée à cet instant.

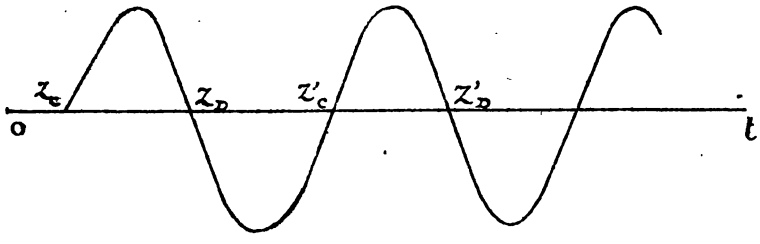
Dans le circuit dont fait partie l'appareil en question rien ne distingue essentiellement un conducteur d'un autre. Si donc nous convenons de regarder l'un d'eux (la bobine de l'appareil d'épreuve) comme le siège d'un courant variable défini ainsi qu'il vient d'être dit, il faut aussi que nous envisagions de même tous les autres.

La même intensité doit-elle être attribuée au même instant au courant dans tous les conducteurs faisant partie du même circuit ? A cette question, pour un circuit animé par une machine à force électro-motrice

alternative ordinaire (1), l'expérience répond affirmativement. Si, en effet, dans un tel circuit on installe plusieurs oscillographes, on constate que les courbes d'intensité fournies par chacun d'eux sont identiques.

Ces courbes présentant des parties situées alternativement d'un coté et de l'autre de l'axe des temps (fig. 42), les courants variables qu'elles servent à définir doivent être conçus comme dirigés alternativement dans un sens et en sens contraire; aussi désigne-t-on ces courants sous le nom de <u>courants alternatifs</u>

(fig. 42)



Les points d'une telle courbe situés sur l'axe des temps représentent des valeurs nulles de l'intensité du courant correspondant et leurs abscisses font connaître les instants

(1) Ces machines sont désignées dans le langage technique sous le nom <u>d'alternateurs</u>

auxquels ces intensités se sont trouvées réalisées. Parmi ces points, qu'on nomme les zéros de la courbe, les uns Z_c, Z'_c appartiennent à des périodes de croissances et les autres Z_D, Z'_D à des périodes de décroissance de l'intensité du courant.

Lorsque la marche de l'alternateur est uniforme, le courant est périodique et pour avoir une idée complète de sa courbe représentative, il suffit d'envisager la partie de cette courbe comprise entre deux zéros voisins de même catégorie Z_c et Z'_c par exemple.

La distance Z_c et Z'_c représente, à l'échelle des temps, la durée T d'une période. La courbe montre que, dans cet intervalle, l'intensité du courant, partant de zéro va en croissant jusqu'à un certain maximum M puis décroit, s'annule, croit en sens contraire jusqu'à un maximum M' puis décroit, redevient nulle pour repasser ensuite par les mêmes alternatives.

Un conducteur faisant partie du circuit d'un alternateur donne lieu à l'observation d'effets du même genre qu'un conducteur parcouru par un courant constant: effets calorifiques, effets chimiques, effets magnétiques, actions électromagnétiques, électrodynamiques, électroptiques, etc...., mais tandis que dans le cas d'un courant constant le taux de ces effets est le même à tous les instants, dans le cas d'un courant alternatif il varie d'un instant à l'autre.

Par exemple, si $\mathcal{E}'$ est la quantité d'énergie calorifique dégagée pendant un laps de temps infiniment petit τ par un conducteur appartenant au circuit d'un alternateur, les quantités de chaleur dégagées pendant divers intervalles de temps égaux à τ et venant à la suite du premier seront respectivement $\mathcal{E}''$, $\mathcal{E}'''$, ... etc..., .

L'impossibilité d'isoler expérimentalement et de mesurer à part les effets calorifiques successifs $\mathcal{E}'$, $\mathcal{E}''$, $\mathcal{E}'''$, ... rend impossible l'application des effets calorifiques à la détermination de la loi de variation des courants alternatifs. On peut en dire autant des effets chimiques. Les seuls effets par conséquent qui se prêtent à l'analyse et qui par suite peuvent servir à la détermination des courbes d'intensité sont les effets magnétiques ou ceux qui en dépendent comme, par exemple les effets électrooptiques. Les oscillographes mis en pratique jusqu'à présent utilisent tous des actions électro-magnétiques. L'étude des courants alternatifs au moyen d'effets électro optiques fait l'objet d'expériences encore en voie d'exécution :(1)

La considération des résultats fournis par l'étude des variations d'intensité des courants alternatifs donne lieu

---

(1) Un appendice sera consacré à la fin du cours à l'exposé succinct des résultats obtenus dans cette voie.

à des remarques analogues à celles que nous avons faites à propos des différences de potentiel périodiquement variables par lesquelles se sont tout d'abord signalés à notre attention les conducteurs que nous regardons maintenant comme parcourus par ces courants.

La forme de la courbe représentative de l'intensité d'un courant alternatif est en relation étroite avec la loi de variation de la force électromotrice qui lui donne naissance.

Les remarques générales qu'on peut faire à ce sujet sont les suivantes :

1. — La durée de la période du courant est toujours égale à celle de la force électromotrice qui lui donne naissance.

Cette durée peut se calculer aisément si l'on connait la disposition de l'alternateur et sa vitesse de rotation. Mais si ces données font défaut, comme cela arrive lorsqu'on a affaire à un courant venant d'une station centrale située à une certaine distance du lieu où l'on opère, on peut néanmoins arriver à connaître la durée de la période. Cette durée, en effet, est égale aussi à celle de la période de la différence de potentiel existant entre deux points A et B d'un conducteur quelconque faisant partie du circuit parcouru par le courant en question. Or la méthode électrochimique de M. Janet permet de

trouver aisément cette période. Il suffit pour cela de relier l'un des points, A ou B, au style de fer de l'appareil électrochimique (l'autre point communiquant avec le cylindre), et d'installer, à côté du premier style, qui marque en traits bleus les alternances de la différence de potentiel mise en jeu, un deuxième style commandé par un pendule d'inscrivant un signal toutes les secondes. Soit n le nombre des traits bleus qui se présentent dans l'intervalle de deux signaux consécutifs; ce résultat signifie qu'une seconde comprend n périodes, donc la durée d'une période est :

$$T = \frac{1^{s}}{n}$$

On désigne sous le nom de *fréquence* [2] d'un courant alternatif, le nombre de périodes que ce courant présente par seconde.

La fréquence d'un courant alternatif et la durée de sa période sont donc des nombres inverses l'un de l'autre. On a en effet :

$$n = \frac{1}{T}$$

---

(1) P. Janet. - *Sur une méthode d'inscription électrochimique des courants alternatifs.*

Comptes rendus de l'Ac. des Sciences t. CXVIII p. 862.

(2). - *Dénomination adoptée par le Congrès international des Électriciens réuni à Paris en 1889.*

Les relations de périodes que nous avons indiquées tout à l'heure peuvent s'exprimer en disant que *la force électromotrice d'un alternateur, la différence de potentiel entre deux points quelconques du circuit et l'intensité du courant dont ce circuit est le siège sont trois grandeurs périodiques offrant la même fréquence*.

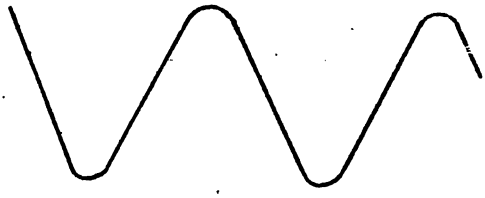
2. — Les zéros de la courbe représentative d'une force électromotrice alternative périodique et ceux de la courbe représentative de l'intensité du courant qui en résulte ne sont pas, en général, concomitants. En d'autres termes, il existe, en général, entre un courant alternatif et la force électromotrice qui lui donne naissance une *différence de phase*, les zéros du courant étant en général postérieurs à ceux de la force électromotrice, ce qu'on exprime, dans le langage technique, en disant que le courant est décalé par rapport à la force électromotrice.

3. — Lorsque la force électromotrice d'un alternateur est *sinusoïdale*, l'intensité du courant, si le circuit ne contient pas d'arc électrique, est aussi sinusoïdale. En vertu de ce qui précède les deux sinusoïdes ont la même période, mais des phases différentes.

Ainsi qu'on le voit par les figures suivantes

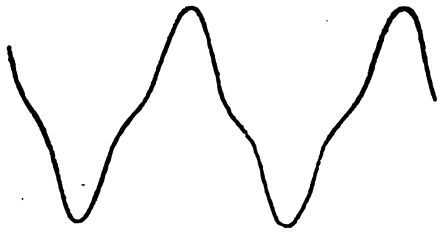
empruntées à un travail de M. Blondel (1). La présence dans le circuit d'un alternateur d'un arc électrique trouble très notablement le régime du courant.

(fig. 43)



Courbe oscillographique du courant de l'alternateur Gramme (type 4 lumières) fermé sur résistance non inductive.

(fig. 44)



Courbe d'intensité relevée par l'oscillographe sur un arc sifflant.

De même que les électromètres, les galvanomètres peuvent se diviser en deux classes suivant que leurs indications sont

(1) - Nouvelles recherches sur l'arc à courants alternatifs. Lum. Élec. t XLIX (1893) p. 609-610

pides ou lentes. Nous venons de voir comment se comportent les galvanomètres à indications rapides. Qu'arrive-t-il, si, au lieu d'un de ces appareils, on intercale dans un circuit parcouru par un courant alternatif un galvanomètre à indications lentes ? C'est là à propos de l'intensité des courants alternatifs une question analogue à celle que nous avons eu à examiner au sujet des différences de potentiel périodiquement variables. Les deux questions comportent des solutions identiques.

Nous n'avons, au point de vue pratique, à prendre en considération à ce propos que deux catégories de galvanomètres à indications lentes, savoir : 1° — ceux sur lesquels un courant constant déterminé produit un effet proportionnel à son intensité et auxquels nous pouvons en conséquence donner le nom de <u>galvanomètres du 1er degré</u> ; 2° — ceux sur lesquels un courant constant déterminé produit un effet proportionnel au carré de son intensité et que nous pouvons par suite appeler <u>galvanomètres du 2e degré</u>.

A la première catégorie appartiennent en particulier tous les galvanomètres fondés sur des actions électro-magnétiques (entre des bobines fixes et des aimants mobiles ou inversement — entre des aimants fixes et des bobines mobiles).

A la seconde catégorie appartiennent tous les

galvanomètres fondés sur des actions électrodynamiques développées entre deux systèmes parcourus par le même courant. Tels sont en particulier les appareils appelés proprement électrodynamomètres, dont le modèle industriel est l'électrodynamomètre Siemens. A cette seconde catégorie appartiennent également les ampèremètres industriels dans lesquels l'effet produit par le courant est l'aimantation de deux palettes de fer doux qui se repoussent. Cette répulsion est indépendante du sens du courant et dépend du carré de son intensité, car chacune des deux aimantations dépend de cette dernière.

Des raisonnements identiques à ceux que nous avons faits, dans la Leçon précédente, à propos des électromètres ou voltmètres conduisent aux conclusions suivantes :

Soumis à l'action d'un courant alternatif périodique un galvanomètre du 1er degré à indications lentes ne donne pratiquement aucune indication et demeure au zéro, comme s'il n'existait dans son circuit aucun courant.

Par contre, dans ces conditions, l'équipage d'un galvanomètre à indications lentes du 2e degré est sollicité à abandonner sa position normale d'équilibre. Si on veut l'y maintenir il faut lui appliquer une action antagoniste convenable. C'est ce qu'on fait dans l'électrodynamomètre en imprimant une torsion au fil ou au ressort en spirale

auquel est suspendue la bobine mobile.

Donc, soumis à l'action d'un courant alternatif périodique un galvanomètre du 2e degré à indications lentes se comporte comme s'il était soumis à l'action d'un courant constant d'une intensité particulière.

Il suit de là qu'à tout courant alternatif agissant sur un galvanomètre à indications lentes du second degré on peut faire correspondre un courant constant d'une intensité capable de produire exactement le même effet apparent. L'intensité I de ce courant équivalent se nomme <u>l'intensité efficace</u> du courant alternatif considéré. Elle est égale à la racine carrée de la moyenne des carrés des intensités présentées par le courant variable pendant la durée d'une période. Sa valeur s'obtient pratiquement en interprétant l'indication donnée par un ampèremètre du 2e degré soumis à l'action du courant alternatif considéré, comme s'il s'agissait d'un courant constant.

Lorsque la variation d'intensité d'un courant alternatif est sinusoïdale, c'est-à-dire lorsque l'intensité est liée au temps par une expression de la forme,

$$I = i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi\right)$$

la valeur efficace I de ce courant est liée à la valeur maxima i par la relation très simple :

$$I = \frac{i}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad I = 0{,}707\, i$$

relation identique à celle qui rattache la valeur efficace à la valeur maxima d'une différence de potentiel sinusoïdale.

Soient :

$$I' = i' \sin. \frac{t}{T} 2\pi ,$$

$$I'' = i'' \sin. \left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi \right)$$

deux courants alternatifs sinusoïdaux de même période présentant l'un par rapport à l'autre une différence de phase. Considérons la valeur moyenne du produit $I' I''$. Par analogie avec le résultat trouvé, dans la leçon précédente, à propos des différences de potentiel, on voit immédiatement que l'on a :

$$(I'I'')_{moy.} = \frac{i' i''}{2} \cos. \psi ,$$

ou

$$(I'I'')_{moy} = \frac{i'}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i''}{\sqrt{2}} \cos \psi ,$$

ou enfin :

$$(I' I'')_{moy.} = J' J'' \cos. \psi .$$

Il suffit donc de joindre à la mesure des valeurs efficaces de deux courants alternatifs sinusoïdaux de même période, celle de la valeur moyenne de leur produit

pour être en mesure de calculer leur différence de phase.

L'appareil propre à la mesure de la valeur moyenne du produit de deux courants est un électrodynamomètre dont l'une des bobines reçoit le premier courant et l'autre le second. En interprétant l'indication fournie par cet appareil comme s'il s'agissait d'un courant constant traversant les deux bobines, on obtient une intensité $\mathcal{J}$ dont il suffit de prendre le carré pour avoir la valeur moyenne de $I'I''$. On calcule alors $\cos. \psi$ par la formule :

$$\cos \psi = \frac{\mathcal{J}^2}{\mathcal{J}' \, \mathcal{J}''} .$$

9e Leçon

Forces électromotrices de Self. induction

Soit un conducteur AB, de résistance R, parcouru, dans le sens A, B, par un courant invariable d'intensité I.

Considérons la différence $V_A - V_B$ entre le potentiel V_A du point d'entrée A, et le potentiel V_B du point de sortie B du courant.

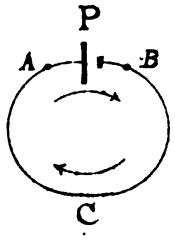
Si le conducteur en question est formé d'une substance homogène, la différence $V_A - V_B$ est positive, c'est-à-dire qu'on observe de A en B, entre le point d'entrée et le point de sortie du courant, une chute de potentiel.

Si le conducteur est composé de parties hétérogènes, la différence $V_A - V_B$ n'est plus nécessairement positive.

Soit, par exemple, (fig. 45) une pile P dont les poles A et B sont réunis par un conducteur homogène C. Si A désigne le pole négatif et B le pole positif, le courant

au sein de la pile, va de A en B. Pour la portion de circuit APB qui comprend la pile, la différence $V_A - V_B$ est négative, car V_A est inférieure à V_B.

(fig. 45)



Au contraire, si l'on envisage le conducteur interpolaire BCA, la différence entre le potentiel du point d'entrée B et le potentiel du point de sortie A du courant est positive.

Si au produit RI de la résistance d'un conducteur par l'intensité du courant, on compare la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre le point d'entrée et le point de sortie du courant on trouve entre ces deux quantités une différence (algébrique) qui peut, suivant les cas être nulle, positive ou négative.

Par exemple, la différence entre RI et $(V_A - V_B)$ est nulle si le conducteur considéré est formé d'une substance homogène comme un fil de métal quelconque, une colonne de mercure ou une colonne d'un électrolyte faisant partie

du circuit d'une pile.

Cette différence est positive si le conducteur considéré comprend une pile disposée de telle façon que le courant auquel elle donnerait naissance si elle existait seule dans le circuit fût de même sens que le courant I.

Enfin cette différence est négative si le conducteur considéré comprend une pile disposée de telle façon que le courant auquel elle donnerait naissance en agissant seule fût de sens contraire au courant I.

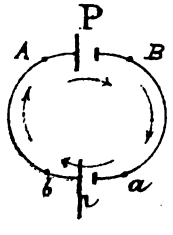
Etant donné un conducteur AB, de résistance R, parcouru dans le sens A, B par un courant invariable d'intensité I on a donc en général :

$$RI = V_A - V_B + E$$

E étant une quantité qui peut, suivant les cas, être nulle, positive ou négative.

Considérons par exemple (fig. 46) un circuit dans

(fig. 46)



lequel une pile P de force électromotrice E est opposée une

pile p de force électromotrice plus petite e. Le courant I a dans ce circuit le même sens que celui qu'engendrerait la pile P agissant isolément. Soient bA, Ab, ab, trois parties du circuit comprenant respectivement une portion homogène du conducteur interpolaire, la pile P, et la pile p. Elles fournissent des exemples des 3 cas que nous venons de distinguer. On a en effet :

pour bA (résist. R_0) $\quad R_0 I = V_b - V_A$

pour AB (résist. R) $\quad RI = V_A - V_B + E$

pour ab (résist. r) $\quad rI = V_a - V_b - e$

En résumé, soit E la quantité positive ou négative qu'il faut ajouter à la différence $V_A - V_B$ pour former une somme algébrique égale à RI. Cette quantité représente une force électromotrice devant être regardée comme ayant son siège dans le conducteur considéré. Si elle est positive elle représente une force électromotrice agissant comme le ferait une pile ayant son pôle négatif en A (point d'entrée du courant) et son pôle positif en B. Si elle est négative, elle représente une force électromotrice agissant comme le ferait une pile ayant son pôle positif en A et son pôle négatif

en B

Cette quantité E est la somme algébrique de toutes les forces électromotrices données dont le conducteur AB, par nature ou par état peut se trouver le siège. En d'autres termes, si ce conducteur présente des forces électromotrices de contact ou voltaïques dont la somme algébrique est E_v, des forces électromotrices thermoélectriques dont la somme algébrique est E_θ et enfin des forces électromotrices d'induction dont la somme algébrique est E_i, on a :

$$E = E_v + E_\theta + E_i$$

Considérons maintenant un conducteur AB de résistance R et de capacité négligeable parcouru par un courant variable.

I étant l'intensité du courant à un instant donné et $V_A - V_B$ la différence de potentiel, à ce même instant, entre le point d'entrée et le point de sortie du courant on trouve encore ici, comme dans le cas précédent entre RI et $V_A - V_B$, une différence E ; mais cette différence n'est point constante et dépend de l'instant considéré.

Si E_v, E_θ, E_i désignent les forces électromotrices voltaïques, thermoélectriques et inductives[1] dont le conducteur

---

[1] provenant d'un champ magnétique autre que celui du courant lui-même.

considéré est le siège à un instant donné, on n'a point ici comme dans le cas précédent :

$$E = E_v + E_\theta + E_i$$

mais

$$E = E_v + E_\theta + E_i + E_s ,$$

E_s désignant une quantité qui peut, suivant l'instant considéré, être positive, nulle ou négative. En d'autres termes, pour former une somme algébrique égale à la quantité E ou $RI - (V_A - V_B)$ donnée par l'expérience, il faut ici, à la somme algébrique des forces électromotrices données $E_v + E_\theta + E_i$, ajouter une certaine quantité E_s qui représente par suite une force électromotrice d'une espèce particulière n'apparaissant que dans les conducteurs parcourus par des courants variables.

D'après l'équation générale :

$$RI = V_A - V_B + E_v + E_\theta + E_i + E_s$$

on a :

$$E_s = RI - (V_A - V_B) - (E_v + E_\theta + E_i)$$

Faraday, auquel est dûe la découverte de ces forces électromotrices spéciales, les regardait comme provenant

une induction mutuelle des diverses parties des circuits où elles se manifestent ; aussi ont elles été désignées sous le nom de forces-électromotrices de self-induction, c'est-à-dire d'induction propre ou d'auto-induction.

Les courants alternatifs étant des courants variables nous devons, dans les conducteurs qui en sont le siège, nous attendre à voir en jeu de telles forces électromotrices. Aussi la connaissance des forces électromotrices de self-induction est-elle un des éléments essentiels de l'étude des courants alternatifs.

Passons donc en revue les principales indications fournies à cet égard par l'expérience.

En premier lieu, nous envisagerons les conducteurs caractérisés par la série des particularités énumérées dans le tableau suivant :

Constitution :	homogène
Capacité :	négligeable
Figure :	filiforme
Dimensions :	longueur médiocre
Etat magnétique du milieu	Perméabilité constante ; pas d'action magnétique autre que celle du conducteur lui-même.

Pour de tels conducteurs et pour des courants de fréquences modérées on trouve que E_s, qui se réduit à

$RI - (V_A - V_B)$, est négligeable, ou, en d'autres termes, qu'on a pratiquement à chaque instant :

$$RI \doteq V_A - V_B$$

comme pour des courants invariables.

Dans ce cas, l'intensité I du courant à un instant donné est liée pratiquement à la différence de potentiel $V_A - V_B$, existant, au même instant, entre les extrémités du conducteur, par la relation simple :

$$I = \frac{V_A - V_B}{R}$$

identique à celle qui exprime la loi d'Ohm.

Grâce à cette relation, la mesure de I peut se ramener à celle de $V_A - V_B$. Toutes les méthodes propres à l'étude des différences de potentiel variables sont donc par là-mêmes propres aussi à l'étude des intensités de courants variables. Il suffit de les appliquer à des conducteurs présentant les conditions requises pour ne donner lieu qu'à des forces électromotrices de self-induction négligeables, c'est-à-dire à des conducteurs offrant ce qu'on appelle des <u>résistances non-inductives</u> : tels sont par exemple les filaments des lampes à incandescence.

Cette méthode indirecte qui dispense d'avoir recours à un oscillographe, est la plus communément employée

pour la mesure des courants alternatifs

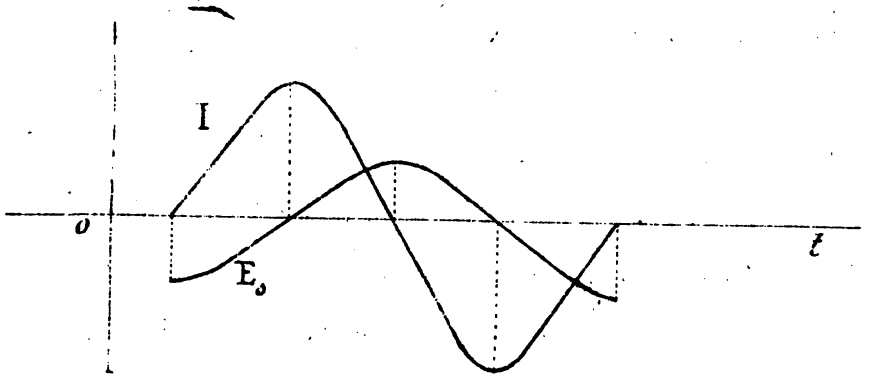
Considérons en second lieu des conducteurs présentant les mêmes particularités spéciales que tout à l'heure, à l'exception toutefois de la restriction relative à la longueur que nous supposerons maintenant notable.

Dans ce cas, on trouve entre RI et $V_A - V_B$ une différence qui indique pour E_s une valeur appréciable.

A chaque instant de la variation du courant E_s possède une valeur particulière. L'ensemble des valeurs de E_s doit donc être représenté par une courbe obtenue en portant en abscisses des longueurs numériquement égales aux temps et en ordonnées des valeurs numériquement égales aux valeurs de E_s correspondantes.

Si l'on rapproche cette courbe de celle qui représente les diverses valeurs de l'intensité du courant (fig. 47), on

(fig. 47)



peut faire les remarques suivantes :

1°___ la valeur de E_s est nulle à tous les instants où l'intensité du courant passe par un maximum ou un minimum ;

2°___ aux instants de croissance de l'intensité du courant les valeurs de E_s sont négatives ;

3°___ aux instants de décroissance de l'intensité du courant les valeurs de E_s sont positives ;

La force électromotrice E_s constitue donc, dans tous les cas, une gêne pour les variations du courant.

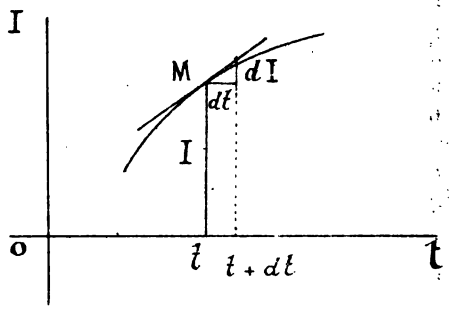
4°___ les valeurs de E_s sont d'autant plus grandes, en valeur absolue, que les variations de l'intensité sont plus rapides, les maxima de E_s correspondant aux maxima de la vitesse de variation de l'intensité.

La quantité qui mesure à chaque instant la vitesse de variation du courant est le <u>coefficient angulaire</u> de la tangente au point correspondant de la courbe représentative de l'intensité. On sait qu'on appelle ainsi le rapport de la différence de deux ordonnées de cette tangente à la différence des abscisses correspondantes.

Si l'on considère (fig. 48) le point de contact M, (d'abscisse t) de la tangente en question et un point infiniment voisin (d'abscisse $t + dt$), la différence des ordonnées correspondantes diffère infiniment peu de la variation dI éprouvée par l'intensité du courant pendant le temps dt

aussi le coefficient angulaire de la tangente au point M est il égal à la valeur que possède pour ce point le rapport $\frac{dI}{dt}$.

(fig. 48)



Les remarques faites tout à l'heure suggèrent naturellement l'idée de comparer les valeurs de E_s aux valeurs correspondantes de $\frac{dI}{dt}$.

Pour les conducteurs dont il est ici question on est conduit à ce résultat remarquable qu'il existe entre E_s et $\frac{dI}{dt}$ une relation de simple proportionnalité :

$$E_s = -L \frac{dI}{dt} \qquad (1)$$

En d'autres termes, si l'on porte en abscisses les valeurs de $\frac{dI}{dt}$ et en ordonnées les valeurs de E_s correspondantes, on trouve

---

(1) Cette expression est précédée du signe — en raison de ce fait que E_s est de signe contraire à $\frac{dI}{dt}$

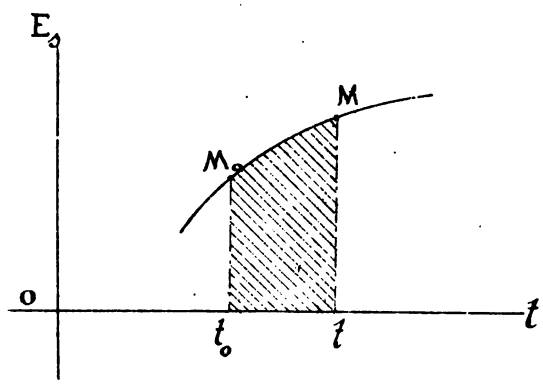
[10e l.on 1895]

comme ligne représentative de E_s une ligne droite.

Lorsqu'il y a ainsi pour un conducteur proportionnalité entre E_s et $\frac{dI}{dt}$, le coefficient de proportionnalité qu'on représente habituellement par la lettre L, est désigné sous le nom de <u>coefficient de self-induction</u> de ce conducteur.

Étant donnée la courbe représentative de E_s en fonction du temps (fig. 49),

(fig. 49)



considérons l'aire $M_0\ t_0\ t\ M$ comprise entre l'axe des temps, un segment $M_0\ M$ de la courbe et les ordonnées $M_0\ t_0$, Mt correspondant aux extrémités de ce segment. Cette aire représente ce qu'on appelle la <u>force électromotrice totale</u> de self-induction développée dans le conducteur considéré pendant le temps de temps qui s'écoule entre t_0 et t. Représentons la par :

$$\Phi_{t_0}^{t}$$

Lorsqu'on a $E_s = -L \frac{dI}{dt}$ l'expression de $\Phi_{t_0}^{t}$ prend la forme simple :

$$\Phi_{t_0}^{t} = L(I_0 - I) \quad (1)$$

Il y a donc alors entre $\Phi_{t_0}^{t}$ et $I_0 - I$, un rapport constant qui n'est autre que L.

Choisissons pour instant t_0 un instant pour lequel l'intensité I_0 du courant soit nulle, et appelons Φ la force électromotrice totale comptée à partir de cet instant. Nous aurons pour les conducteurs que nous considérons en ce moment :

$$\Phi = -LI$$

La ligne représentative de Φ en fonction de I serait donc pour ces conducteurs une ligne droite de coefficient angulaire L.

En résumé, pour les conducteurs en question on a :

---

(1). La formule $E_s = -L \frac{dI}{dt}$ est en effet analogue à la formule $F = M \frac{dv}{dt}$ qui relie la valeur numérique d'une force à la rapidité de variation de la vitesse qu'elle imprime à la masse M sur laquelle elle agit. Or l'aire correspondant à un segment $M_0 t_0 t M$ de la courbe représentative d'une force variable représente, ainsi qu'on l'a rappelé dans une leçon précédente, le produit $M(v - v_0)$ du coefficient d'inertie M par la différence des valeurs de v répondant aux instants t_0 et t. La quantité qui est ici analogue à $M(v - v_0)$ est $-L(I - I_0)$.

$$E_s = \frac{d\Phi}{dt} = - L \frac{dI}{dt}$$

$$\Phi = - LI$$

$$L = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$L = - \frac{\Phi}{I} \quad (1)$$

Les conducteurs les plus nuels donnant lieu à l'application des considérations précédentes sont les fils métalliques enroulés en forme de solénoïdes ou <u>bobines</u> sans noyaux de fer et soustraits à toute influence électromagnétique étrangère.

Lorsqu'il existe des forces électromotrices étrangères à celles de self-induction, il faut naturellement en tenir compte pour déduire E_s, d'après les formules générales établies ci-dessous, de la différence $RI - (V_A - V_B)$.

Considérons enfin le cas de conducteurs situés au voisinage de masses de fer comme les bobines à noyaux de fer ou électroaimants.

L'expérience conduit à l'égard de ces conducteurs aux remarques suivantes :

---

(1). Plusieurs auteurs, opérant sur $-E_s$ comme nous l'avons fait sur E_s, désignent par Φ une quantité égale et de signe contraire à celle que nous considérons ici. Il est clair alors que tous les signes sont changés

1. Il n'y a pas proportionnalité entre E_s et $\frac{dI}{dt}$. En d'autres termes, le quotient :

$$L_1 = -\frac{E_s}{\frac{dI}{dt}}.$$

n'est pas une constante, mais présente, à chaque moment de la variation du courant, une valeur particulière. Nous donnerons à ce quotient, représenté par la lettre L_1 le nom de <u>paramètre de réaction propre</u> du conducteur considéré.

2. La force électromotrice totale Φ n'est pas proportionnelle à I. En d'autres termes, la ligne représentative de Φ en fonction de I n'est pas une ligne droite. Le quotient :

$$L_2 = -\frac{\Phi}{I}$$

n'est pas une constante, mais présente, à chaque moment de la variation du courant, une valeur particulière.

D'après la définition de Φ, on a toujours :

$$E_s = \frac{d\Phi}{dt}$$

ou

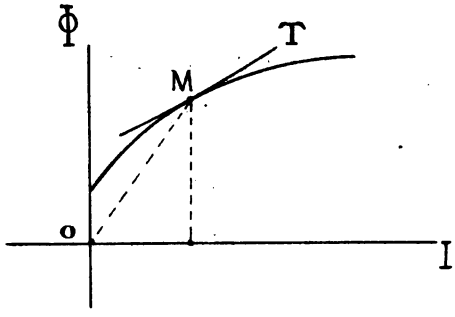
$$E_s = \frac{d\Phi}{dI} \cdot \frac{dI}{dt}$$

et par suite, puisque $E_s = -L_1 \frac{dI}{dt}$

$$L_1 = -\frac{d\Phi}{dI}$$

Les quantités $-\frac{d\Phi}{dI}$ et $-\frac{\Phi}{I}$ qui sont égales entre elles et constantes dans le cas des bobines sans fer, ont ici des valeurs L_1 & L_2 différentes l'une de l'autre et variables avec I. C'est ce que fait ressortir immédiatement la considération de la courbe représentative de Φ en fonction de I (fig. 50)

(fig. 50)



Soit M le point de cette courbe correspondant à une valeur donnée de I. Le paramètre L_1 est le coefficient angulaire de la tangente MT à la courbe au point M, tandis que le paramètre L_2 est le coefficient angulaire de la droite OM.

Dans le cas des bobines sans fer ces deux paramètres sont égaux entre eux et constants, car la courbe représentative de Φ est alors une droite telle que OM

10e Leçon

Etude particulière des Conducteurs présentant un coefficient de self-induction.

Considérons un conducteur présentant un coefficient de self-induction.

Soit L la valeur de ce coefficient.

Entre la résistance R de ce conducteur, l'intensité I du courant dont il est le siège à un instant donné, la différence de potentiel $V_A - V_B$ que présentent à cet instant ses extrémités, et enfin la force électromotrice non self-inductive E dont il peut être aussi le siège à ce même instant existe la relation :

$$RI = V_A - V_B + E - L\frac{dI}{dt}$$

Si donc on connait I on peut calculer $V_A - V_B + E$, ou inversement, d'après la formule :

$$V_A - V_B + E = RI + L \frac{dI}{dt}$$

Si l'un des 2 termes de cette équation est périodique, l'autre l'est aussi ; Or comme toute fonction périodique équivaut à une somme de sinusoïdes nous arriverons à la solution de ce problème pour une fonction périodique quelconque si nous en obtenons d'abord la solution dans le cas simple d'une fonction sinusoïdale.

Examinons donc en premier lieu la question suivante :

<u>Un conducteur présentant une résistance R et un coefficient de self-induction L est le siège d'un courant alternatif sinusoïdal</u>,

$$I = i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi\right)$$

<u>trouver la loi de variation de la quantité (V, E) représentant la somme</u> :

$$V_A - V_B + E$$

<u>de la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre les extrémités du conducteur considéré et de la force électromotrice non self-inductive E dont ce conducteur peut en outre être le</u>

siège (1)

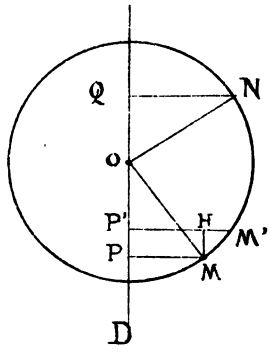
Puisqu'on a en général :

$$(V,E) = RI + L\frac{dI}{dt}$$

on voit que la question revient à trouver qu'elle est, dans le cas d'un courant sinusoïdal, l'expression de $\frac{dI}{dt}$.

Soit M (fig. 51), sur un cercle de rayon i, la position, à l'instant t considéré, du point mobile dont la distance MP à une droite fixe D représente géométriquement l'in-

(fig. 51)



-tensité I. A l'instant $t + dt$ le point mobile est en M'.

(1). La quantité (V, E) se réduit à $V_A - V_B$ s'il s'agit d'une portion de circuit ne présentant aucune force électromotrice autre que celle de self-induction. Par contre elle se compose uniquement d'une somme de forces électromotrices telles que E, s'il s'agit d'un circuit pris dans son ensemble.

et la variation dI du courant pendant le temps dt est représentée par la différence $M'H$ entre $M'P'$ et MP.

Menons le rayon oN perpendiculaire à oM, et, par suite, parallèle à MM'. Les triangles $M'HM$ et NQo (1) sont semblables, d'où la relation :

$$\frac{M'H}{M'M} = \frac{NQ}{ON}$$

ou

$$\frac{M'H}{MM'} = \sin. DoN = \sin. (DoM + \frac{\pi}{2})$$

$$= \sin. (\frac{t}{T} 2\pi - \psi + \frac{\pi}{2})$$

or

$$M'H = dI$$

$$MM' = \frac{dt}{T} 2\pi i \quad (2)$$

On a donc : $\frac{dI}{dt} \frac{T}{2\pi i} = \sin(\frac{t}{T} 2\pi - \psi + \frac{\pi}{2})$

par suite :

$$\frac{dI}{dt} = \frac{2\pi}{T} i \sin (\frac{t}{T} 2\pi - \psi + \frac{\pi}{2}).$$

---

(1) NO étant perpendiculaire à la droite D.

(2) $2\pi i$ est la circonférence entière, parcourue par le point M dans le temps T. L'arc MM' parcouru pendant le temps dt est donc à la circonférence comme dt est à T.

$\frac{2\pi}{T}$ représente l'angle décrit par le vecteur OM pendant l'unité de temps. Si donc on désigne cet angle par ω on a finalement :

$$\frac{dI}{dt} = \omega i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi + \frac{\pi}{2}\right)$$

<u>En langage ordinaire, ce résultat signifie que lorsque l'expression de I est sinusoïdale celle de $\frac{dI}{dt}$ l'est aussi, le vecteur caractéristique de la sinusoïde $\frac{dI}{dt}$ valant ω fois celui qui représente la sinusoïde I et lui étant perpendiculaire de façon à présenter par rapport à ce dernier une avance angulaire égale à un angle droit.</u>

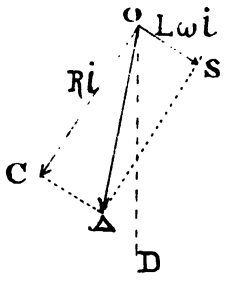
Il suit de là que l'expression :

$$(V, E) = RI + L\frac{dI}{dt}$$

est la somme de deux sinusoïdes de même période et par conséquent est elle-même sinusoïdale et de même période que chacune de ses composantes.

La sinusoïde RI étant représentée (fig. 52) par le vecteur $OC = Ri$, la sinusoïde $L\frac{dI}{dt}$ sera figurée par le vecteur $OS = L\omega i$ perpendiculaire au premier et la sinusoïde (V, E) sera définie par la résultante $O\Delta$ de ces deux vecteurs.

(fig. 52)



Cette construction géométrique montre immédiatement que l'on a :

$$o\Delta = \sqrt{oc^2 + os^2} = i\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

et

$$\text{angle } Co\Delta = \text{ang. tang. } \frac{\Delta C}{CO} = \text{angle tang. } \frac{L\omega}{R}$$

ce qui signifie en langage ordinaire que lorsqu'un conducteur de résistance R et de coefficient de self-induction L est le siège d'un courant alternatif sinusoïdal de période T, la quantité (V, E) relative à ce conducteur est sinusoïdale, sa période étant égale à celle du courant, son amplitude Δ valant $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ fois celle i du courant et enfin son vecteur représentatif étant en avance sur celui du courant d'un angle δ dont la tangente est égale à $\frac{L\omega}{R}$

Bref, si le courant est représenté par :

$$I = i \sin \theta = i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi\right)$$

on a

$$(V, E) = \Delta \sin(\theta + \delta) = i \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi + \delta\right)$$

Considérons maintenant le problème inverse de celui que nous venons de résoudre, c'est-à-dire supposons connue la quantité (V, E) et proposons nous de trouver l'intensité correspondante, en nous bornant encore au cas simple où la quantité variable donnée est sinusoïdale.

La solution de ce problème est très simple dès qu'on sait que lorsque la variation de (V, E) présente un caractère sinusoïdal il en doit être de même de celle de I et par suite aussi de celle de $\frac{dI}{dt}$. Il suffit alors de se reporter à la fig. précédente, et de considérer maintenant comme donnés $O\Delta$ et l'angle $\Delta O C$, tandis qu'il s'agit de trouver OC.

Soit

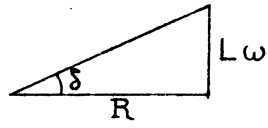
$$(V, E) = \Delta \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi\right)$$

l'expression de la quantité variable connue (V, E). Le vecteur représentatif sera un segment $O\Delta$ de longueur Δ faisant avec la droite D un angle φ.

La résistance R et le coefficient de self-induction L du conducteur considéré étant connus, on trouvera l'angle δ

ayant pour tangente $\frac{L\omega}{R}$ en construisant (fig. 53) un triangle rectangle ayant pour cotés de l'angle droit des

(fig. 53)



longueurs respectivement égales à $L\omega$ et à R, δ étant l'angle aigu de ce triangle adjacent au coté R. Ayant ainsi δ on connait OC en direction.

Sur la droite OC faisant avec $O\Delta$ un angle δ du coté correspondant à un retard projetons, le vecteur $O\Delta$, par une perpendiculaire ΔC abaissée du point Δ. Le vecteur OC ainsi obtenu représente le produit Ri.

On a donc

$$Ri = \Delta \cos \delta$$

or

$$tg.\ \delta = \frac{L\omega}{R}$$

d'où

$$\cos \delta = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

par suite :

$$Ri = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \Delta$$

ou

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

et finalement :

$$I = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi - \delta\right)$$

ce qui signifie en langage ordinaire que lorsqu'un conducteur de résistance R et de coefficient de self-induction L est le siège d'une force électromotrice alternative sinusoïdale de période T, l'intensité du courant est sinusoïdale, sa période étant égale à celle de la force électromotrice, son amplitude i valant $\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$ fois moins que celle Δ de la force électromotrice et enfin son vecteur représentatif étant en retard sur celui de la force électromotrice d'un angle δ dont la tangente est égale à $\frac{L\omega}{R}$.

Le maximum d'intensité du courant est lié en grandeur au maximum de la force électromotrice par la relation :

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

mais il lui est postérieur d'un laps de temps égal à $\frac{\delta}{2\pi} T$

La limite supérieure de $\frac{L\omega}{R}$ étant ∞, l'angle δ

n'est en aucun cas supérieur à $\frac{\pi}{2}$, et par suite le retard du courant sur la force électromotrice n'est jamais supérieur à $\frac{\pi}{2\pi}$ T ou à 1/4 de période.

Remarquons que si l'on divise par $\sqrt{2}$ les deux membres de la formule précédente on en déduit :

$$I_{eff} = \frac{D_{eff}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Les considérations précédentes sont directement applicables, ainsi que l'a vérifié expérimentalement M. Joubert (1) à un circuit actionné par une machine alternative de Siemens (2)

r_i étant la résistance de l'induit, si l'on établit entre les bornes une résistance r_e non inductive, on donne au circuit une résistance totale :

$$R = r_i + r_e$$

variable avec r_e et cela sans changer le coefficient de self-induction qui reste dans tous les cas égal au coefficient L

---

(1). J. Joubert. — Studes sur les machines Magnéto-Electriques.

Annales de l'Ecole normale supérieure X 2 (1881) p. 131 · 174

(2). A condition que ce circuit ne comprenne aucun arc électrique.

de l'induit [1]

Pour une excitation donnée des inducteurs et une vitesse donnée de la machine on trouve que l'intensité efficace du courant dans le circuit varie avec R suivant une relation de la forme :

$$I_{eff} = \frac{e}{\sqrt{a^2 + R^2}}$$

Voici par exemple, pour une vitesse de rotation de 500 tours par minute et une intensité d'excitation égale à 10 ampères, les valeurs de I_{eff} trouvées pour diverses valeurs de R :

Résistances totales R	Intensités efficaces observées I_{eff}
10 ohms	5,55
20	4.50
30	3.65
40	2.90
50	2.45
60	2.10
70	1.80
80	1.59
90	1.40
100	1.27

(1) Dans les expériences de M. Joubert la résistance r_e était constituée par des cables rectilignes et des baguettes de charbon. On pouvait, en introduisant dans le circuit un nombre plus ou moins grand de charbons, faire varier la résistance totale R depuis 10 jusqu'à 100 ohms.

(11e Ton 1895)

Si l'on pose (1) :

$$2.90 = \frac{e}{\sqrt{a^2 + (40)^2}}$$

$$1.59 = \frac{e}{\sqrt{a^2 + (80)^2}}$$

on trouve :

$$e = 132$$

$$a = 21,8$$

et avec ces valeurs de e et de a la formule donne pour les valeurs de R indiquées dans le tableau précédent les valeurs ci-après :

Résistances	Intensités efficaces calculées
10 ohms	5.54
20	4.56
30	3.70
"	"
50	2.42
60	2.07
70	1.80
"	"
90	1.42
100	1.31

(1) En considérant les résultats correspondants à R = 40 et à R = 80

On voit que les valeurs de I_{eff} déduites de la formule sont pratiquement identiques à celles que fournit l'expérience, ce qui montre bien que la formule est la traduction exacte des faits.

La vitesse de rotation de la machine influe sur les valeurs de e et de a. Ainsi pour une vitesse de 720 tours à la minute on avait :

$$e = 190$$
$$a = 31,4$$

et pour une vitesse de 1070 tours :

$$e = 287$$
$$a = 47.4$$

Il y a proportionnalité entre la vitesse de rotation de la machine et la quantité e, ainsi que le montre le tableau suivant :

N (Nombre de tours par minute)	e	$\frac{e}{N}$
500	132	0,2640
720	190	0,2638
1070	287	0,268

Il y a proportionnalité aussi entre a et la vitesse de rotation :

N	a	$\frac{a}{N}$
500	21.8	0.0436
720	31.4	0,0436
1070	47.4	0,0443

Enfin la quantité c est juste égale à la valeur efficace de la force électromotrice de la machine, ainsi que le montre le tableau suivant :

N	$E_{max.}$ observée	$E_{eff} = \frac{E_{max.}}{\sqrt{2}}$	c
500	188	133	132
720	270	190	190
1070	405	287	287

La formule trouvée expérimentalement par M. Joubert pour la machine Siemens étudiée dans les conditions indiquées tout à l'heure n'est donc pas autre chose que la formule :

$$I_{eff} = \frac{E_{eff}}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}}$$

indiquée par la théorie pour un circuit de résistance totale R et de coefficient de self-induction L actionné par une force électromotrice sinusoïdale

On peut conclure de là que dans la machine étudiée par M. Joubert, la force électromotrice due au champ des inducteurs est sinusoïdale et que la self-induction de la machine donne lieu à une force électromotrice exprimée par $-L\frac{dI}{dt}$.

On voit, par tout ce qui précède, de quelle importance, lorsqu'un conducteur possède un coefficient de self-induction, est la connaissance de ce coefficient pour la détermination de sa manière d'être vis à vis d'une force électromotrice alternative.

Voyons donc en terminant, comment on peut pratiquement trouver la valeur d'un coefficient de self-induction.

Une méthode fort simple est suggérée immédiatement par la relation :

$$I_{eff} = \frac{E_{eff}}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}}$$

Il est clair que si, introduisant le conducteur à étudier dans un circuit où est excité un courant alternatif sinusoïdal, on détermine expérimentalement la valeur efficace D_{eff} de la différence de potentiel entre les extrémités de ce conducteur et la valeur efficace I_{eff} de l'intensité du courant qui le parcourt, la fréquence

$n = \frac{1}{T}$ du courant et la résistance R du conducteur étant d'ailleurs connues, on aura pour calculer L la relation :

$$I_{eff} = \frac{D_{eff}}{\sqrt{L^2 4\pi^2 n^2 + R^2}} \quad ;$$

d'où

$$L = \frac{1}{2\pi n}\sqrt{\left(\frac{D_{eff}}{I_{eff}}\right) - R^2}$$

Cette méthode, qui a été imaginée par M. Joubert, est très employée dans la pratique industrielle. Mais pour être tout à fait rigoureuse elle exige que l'on ait à sa disposition un courant sinusoïdal, ce qui n'est pas facile.

Avec une pile, des résistances non inductives et un galvanomètre sensible on peut employer une autre méthode dont voici le principe :

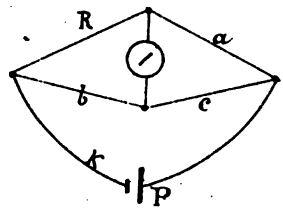
Si après avoir établi dans le conducteur à étudier un courant continu d'intensité i on vient à supprimer brusquement ce courant, on détermine dans le conducteur un état variable auquel correspond une force électromotrice totale de self-induction Φ égale en valeur absolue à Li. Si donc on pouvait mesurer Φ on n'aurait pour avoir L qu'à diviser cette quantité par l'intensité i du courant

Imaginons un réseau dont le conducteur considéré forme une branche et dont un galvanomètre forme une autre branche, ce réseau étant disposé de façon que si une force électromotrice e est introduite dans la première branche il en résulte dans le galvanomètre un courant d'intensité j. Si le conducteur, au lieu d'une force électromotrice permanente e reçoit une force électromotrice totale Φ, le galvanomètre sera le siège d'une décharge mettant en jeu une quantité d'électricité q liée à Φ exactement comme j l'est à e. Si donc on connait cette dernière relation il suffira de mesurer q pour pouvoir calculer Φ par l'équation :

$$\frac{\Phi}{q} = \frac{e}{i}$$

Pour former le réseau dont il vient d'être question, on introduit dans le circuit d'une pile P (fig. 54) le conducteur R à étudier et une résistance non inductive a.

(fig. 54)



Entre les points d'attache des conducteurs R et a avec

les fils de la pile on établit, par deux résistances non-inductive b et c, en série, une dérivation ; enfin on relie le point d'attache de R et a au point d'attache de b et c par un galvanomètre sensible dont l'équipage mobile présente un moment d'inertie notable et un faible amortissement.

Cette disposition n'est autre que celle du pont de Wheatstone. En choisissant convenablement les résistances a, b, c, on peut faire en sorte que les rapports $\frac{R}{a}$ et $\frac{b}{c}$ soient égaux et que par suite la pile soit sans effet sur le galvanomètre, alors que le conducteur R est traversé par un courant i.

Les choses étant ainsi disposées, si l'on vient à rompre en un point K le circuit de la pile par le jeu d'un interrupteur, on fait passer en un temps très court l'intensité du courant dans la branche R de la valeur i à la valeur 0. Le conducteur considéré est pendant ce temps le siège d'une force électromotrice totale de self-induction Φ et pendant ce même temps le galvanomètre est traversé par une quantité d'électricité q. Si la durée de cette décharge est suffisamment courte, son effet est de communiquer à l'équipage mobile une vitesse d'impulsion, d'où résulte une élongation maxima consécutive β. La quantité d'électricité q est proportionnelle

i/β. On a donc

$$q = k\beta,$$

R étant une constante que peut faire connaître la décharge à travers ce même galvanomètre d'une quantité d'électricité connue empruntée à un condensateur de capacité connue porté à un potentiel connu.

Il reste à trouver l'intensité j du courant déterminé dans le galvanomètre par une force électromotrice i introduite en R. A cet effet, on rétablit le circuit de la pile et on introduit dans la branche R une très légère résistance additionnelle r. L'intensité du courant en R n'est pas sensiblement modifiée et tout se passe comme s'il y avait maintenant en R, en plus que tout à l'heure, une force électromotrice ri. L'effet de cette force électromotrice est de donner à l'équipage mobile du galvanomètre une déviation permanente α. Si l'on a préalablement déterminé le coefficient h par lequel il faut multiplier une déviation permanente α du galvanomètre pour avoir l'intensité du courant qui la produit on aura :

$$j = h\alpha$$

En introduisant dans la relation

$$\frac{\Phi}{q} = \frac{e}{j}$$

les valeurs de q, e et j telles qu'elles viennent d'être dé-terminées on aura :

$$\frac{\Phi}{R\beta} = \frac{ri}{h\alpha} \quad ;$$

d'où

$$\Phi = ri\,\frac{R}{h}\,\frac{\beta}{\alpha} \quad ;$$

et finalement :

$$\frac{\Phi}{i} = L = r\,\frac{R}{h}\,\frac{\beta}{\alpha}$$

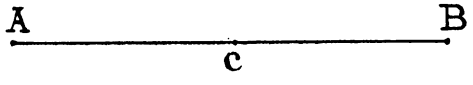
11e Leçon

11e Leçon

Courant alternatif dans une portion de circuit comprenant un condensateur.

Soit AB (fig. 55) une portion de circuit.

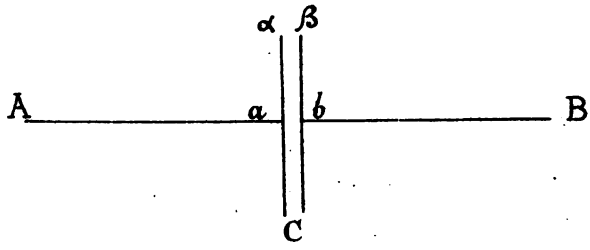
(fig. 55)



Imaginons qu'elle soit coupée en un point C et que les extrémités a et b des segments Aa et bB dont elle est alors formée soient reliées respectivement aux armatures α et β d'un condensateur C (fig. 56)

Nous dirons que cette portion de circuit est coupée par le condensateur en question ou encore que ce

(fig. 56)



condensateur est intercalé dans la portion de circuit considérée.

L'intercalation d'un condensateur dans un circuit empêcherait l'établissement dans ce circuit d'un courant permanent, mais elle n'empêche nullement l'établissement d'un courant alternatif.

Soit donc AB une portion de circuit comprenant un condensateur C et se trouvant le siège d'un courant alternatif.

Soient r_a, r_b les résistances des parties Aa, bB comprises respectivement entre les points A et B et les armatures du condensateur. Entre ces résistances, l'intensité I du courant à un instant donné, les potentiels V_A, V_a, V_b, V_B, des points A, a, b, B à cet instant et les forces électromotrices e_a, e_b dont les deux parties du conducteur peuvent en outre, au même instant, être le siège, existent les

relations :

$$r_a I = V_A - V_a + e_a$$

$$r_b I = V_b - V_B + e_b$$

d'où l'on déduit, par addition, en appelant R la somme des résistances r_a, r_b et E la somme algébrique des forces électromotrices e_a, e_b :

$$RI = V_A - V_B + E - (V_a - V_b)$$

expression dans laquelle $V_A - V_B$ est la différence de potentiel existant à l'instant considéré entre les extrémités de la portion de circuit étudiée et $V_a - V_b$ la différence de potentiel existant, au même instant, entre les armatures α et β du condensateur.

Cette dernière différence $V_a - V_b$ est liée à la charge Q que possède le condensateur à l'instant considéré par la relation :

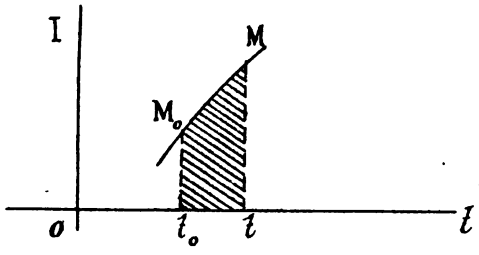
$$Q = C(V_a - V_b)$$

D'ailleurs l'accroissement de la charge Q pendant chaque intervalle de temps infiniment petit dt est égal à la quantité d'électricité mise en jeu pendant cet intervalle de temps, on a donc la relation :

$$dQ = I\,dt$$

Considérons (fig. 57) l'aire $M_0\,t_0\,t\,M$ comprise entre

(fig. 57)



l'axe des temps, un segment $M_0\,M$ de la courbe représentative de l'intensité du courant et les ordonnées $M_0\,t_0$, $M\,t$ correspondant aux extrémités de ce segment. Cette aire représente la variation éprouvée par la charge du condensateur pendant le laps de temps qui s'écoule de t_0 à t. Représentons là par $q_{t_0}^{t}$. Pour connaître la charge Q du condensateur à l'instant t, il suffira de connaître la charge Q_0 à l'instant t_0 et d'y ajouter la quantité $q_{t_0}^{t}$.

Si donc la loi de variations de l'intensité du courant en fonction du temps est connue celle de la charge Q s'en déduira aisément, ainsi que celle de $V_a - V_b$ puisque $V_a - V_b = \frac{Q}{C}$; et réciproquement I peut se

déduire aisément de Q, car d'après la relation :

$$dQ = I\,dt$$

on voit que la valeur de I à un instant donné est numériquement égale au coefficient angulaire $\frac{dQ}{dt}$ de la tangente au point correspondant de la courbe représentative de Q.

Si la self-induction du conducteur considéré n'est pas négligeable, la quantité E est la somme algébrique des forces électromotrices données E_d et d'une force électromotrice de self-induction E_s. On a donc, en général :

$$RI = V_A - V_B + E_d + E_s - (V_a - V_b)$$

ou plus explicitement, s'il s'agit, ce que nous supposons, d'un conducteur ayant un coefficient de self-induction :

$$RI = V_A - V_B + E_d - L\frac{dI}{dt} - (V_a - V_b)$$

Pour un conducteur donné, E_s et $V_a - V_b$ sont des fonctions connues de I ; si donc l'expression de I en fonction du temps est donnée, on en pourra déduire ce de $V_A - V_B + E_d$ d'après la formule :

$$V_A - V_B + E_d = RI + L\frac{dI}{dt} + (V_a - V_b)$$

Avant d'aborder le cas général où I serait une fonction périodique quelconque du temps il convient d'étudier d'abord le cas simple d'une intensité sinusoïdale.

Examinons donc en premier lieu la question suivante

Une portion de circuit présentant une résistance R, un coefficient de self-induction L et comprenant un condensateur de capacité C est le siège d'un courant alternatif sinusoïdal :

$$I = i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi\right) ;$$

trouver la loi de variation de la quantité (V, E) représentant la somme :

$$V_A - V_B + E_d$$

de la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre les extrémités du conducteur considéré et des forces électromotrices données E_d dont ce conducteur peut en outre être le siège (1).

---

(1). La quantité (V, E) se réduit à $V_A - V_B$ s'il s'agit d'une portion de circuit ne présentant aucune force électromotrice autre que celle de self-induction. Par contre, elle se compose uniquement d'une somme de forces électromotrices données s'il s'agit d'un circuit pris dans son ensemble.

Puisqu'on a en général :

$$(V,E) = RI + L\frac{dI}{dt} + (V_a - V_b)$$

on voit que la question revient à trouver quelle est, dans le cas d'un courant sinusoïdal, l'expression de $V_a - V_b$, ou celle de Q puisque $V_a - V_b = \frac{Q}{C}$. Or, d'après la remarque faite tout à l'heure savoir que l'expression de I n'est autre que celle du coefficient angulaire de la tangente en chaque point de la courbe représentative de Q, la question revient à chercher quelle doit être cette courbe lorsque son coefficient angulaire est sinusoïdal.

Nous avons vu dans la dernière leçon, à propos du calcul de $\frac{dI}{dt}$ qu'à une sinusoïde correspondait un coefficient angulaire représenté aussi par une sinusoïde de même période, d'amplitude valant ω fois la 1ère et en avance sur la 1ère d'un quart de période. Nous connaissons donc par là, inversement, quelle est la courbe admettant un coefficient angulaire sinusoïdal donné : c'est une sinusoïde de même période, d'amplitude valant ω fois moins que celle du coefficient angulaire et dont la phase est <u>en retard</u> sur celle du coefficient angulaire d'un quart de période.

D'après cela, l'expression de I étant :

$$I = i \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi\right)$$

celle de Q sera :

$$Q = \frac{i}{\omega} \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi - \frac{\pi}{2}\right),$$

et celle de $V_a - V_b$:

$$V_a - V_b = \frac{i}{C\omega} \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

On a par conséquent :

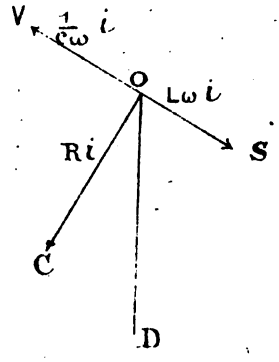
$$(V,E) = Ri \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi\right) + L\omega i \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{C\omega}\, i \sin\left(\frac{t}{T}\, 2\pi - \psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

En langage ordinaire, ce résultat signifie que (V,E) <u>est la somme de trois sinusoïdes de même période T que le courant, la première d'amplitude Ri et de même phase que le courant, la seconde d'amplitude $L\omega i$ présentant une avance d'un quart de période sur le courant et enfin la troisième d'amplitude $\frac{1}{C\omega}\, i$ en retard sur le courant d'un quart de période</u>.

La sinusoïde RI étant représentée (fig. 58) par le vecteur $OC = Ri$ faisant avec OD un angle égal à ψ, la sinusoïde $L\frac{dI}{dt}$ sera représentée par le vecteur $OS = L\omega i$ faisant avec OC un angle droit dans

le sens correspondant à une avance ; enfin la sinusoïde

(fig. 58)



soïde $V_a - V_b = \frac{Q}{C}$ sera représentée par le vecteur $OV = \frac{1}{C\omega} i$ faisant avec OC un angle droit, mais dans le sens correspondant à un retard.

La quantité (V, E) sera donc une sinusoïde de même période T que le courant et représentée en amplitude et en phase par la résultante OΔ des trois vecteurs OC , OS , OV .

Il convient de remarquer que les vecteurs OS et OV sont tous les deux perpendiculaires au vecteur OC mais en sens contraires (le vecteur OS étant en avance et le vecteur OV en retard) . La résultante partielle des vecteurs OS et OV est donc un vecteur perpendiculaire à OC et dans le sens de celui des vecteurs OS et OV qui l'emporte sur l'autre . La quantité (V, E) sera donc

obtenue en composant avec OC cette résultante partielle.

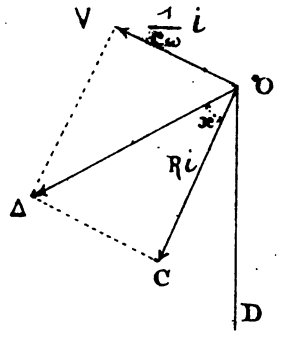
Les divers cas particuliers qui peuvent se présenter méritent d'être explicitement indiqués

1er Cas — Le vecteur OS est nul.

Ce cas se présente lorsque la self-induction du conducteur considéré est négligeable. On le caractérise en disant que ce conducteur présente exclusivement de la résistance et de la capacité.

La quantité (V, E) est alors représentée (fig. 59) par la résultante OΔ des vecteurs $OC = Ri$ et $OV = \frac{1}{C\omega}\, i$.

(fig. 59)



Son amplitude est par suite

$$\Delta = i\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$$

et son <u>retard</u> par rapport au courant est représenté par un angle $\Delta OC = x$ dont la tangente est :

$$\operatorname{tg} x_1 = \frac{\Delta C}{CO} = \frac{1}{C\omega R}$$

En langage ordinaire ce résultat signifie que lorsqu'une portion de circuit présentant exclusivement une résistance R et une capacité C est le siège d'un courant alternatif sinusoïdal, la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre les extrémités de ce conducteur, augmentée, s'il y a lieu, de la somme algébrique E_d des forces électromotrices données (c'est-à-dire non self-inductives) dont ce conducteur peut être le siège, est aussi sinusoïdale, sa période étant égale à celle T du courant, son vecteur représentatif valant $\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$ fois celui du courant et présentant par rapport à ce dernier un retard correspondant à un angle dont la tangente est égale à $\frac{1}{C\omega R}$ (1)

2e Cas. — Le vecteur OS est inférieur à OV. Ce cas se présente lorsque la quantité $L\omega$ est inférieure à $\frac{1}{C\omega}$

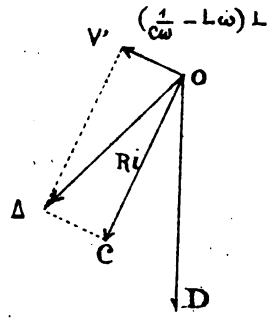
La quantité (V, E) est alors représentée (fig. 60)

---

(1) ω désignant, suivant la convention faite dans une leçon précédente, la quantité $\frac{2\pi}{T}$

par la résultante $O\Delta$ des vecteurs $OC = Ri$ et $OV' = OV - OS = \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) i$.

(fig. 60)



Le résultat est le même que si le conducteur considéré ne présentait avec sa résistance R, aucune self-induction mais une capacité C' telle que

$$\frac{1}{C'\omega} = \frac{1}{C\omega} - L\omega .$$

La quantité (V, E) est en <u>retard</u> sur le courant, mais d'autant moins que la différence entre $\frac{1}{C\omega}$ et $L\omega$ est plus petite.

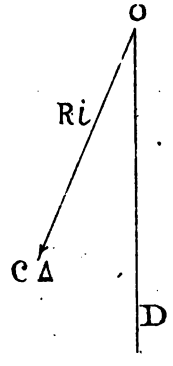
Pour une même résistance R que dans le cas précédent et une même capacité C le vecteur $O\Delta$ est plus voisin de OC, et cela d'autant plus que OV' est plus petit c'est-à-dire que $L\omega$ est plus près d'atteindre la valeur $\frac{1}{C\omega}$.

3e Cas. — Le vecteur OS est égal à OV.

Ce cas se présente lorsque la quantité $L\omega$ est égale à $\frac{1}{C\omega}$.

La quantité (V, E) est alors représentée (fig. 61) par le vecteur OC lui-même.

(fig. 61)



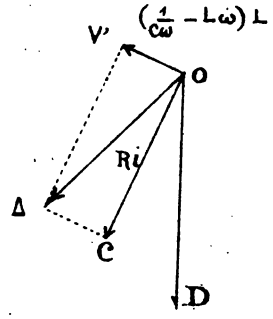
Ce résultat remarquable signifie que dans ces conditions la quantité (V, E) est liée à R et à I par la simple loi d'Ohm :

$$(V, E) = RI$$

et ne manifeste par rapport au courant ni avance ni retard, comme si le conducteur considéré ne présentait qu'une résistance R, sans capacité ni self-induction. La capacité et sa self-induction se neutralisent alors en quelque sorte l'une l'autre.

par la résultante $O\Delta$ des vecteurs $OC = Ri$ et $OV' = OV - OS = \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right) i$.

(fig. 60)



Le résultat est le même que si le conducteur considéré ne présentait avec sa résistance R, aucune self-induction mais une capacité C' telle que

$$\frac{1}{C'\omega} = \frac{1}{C\omega} - L\omega .$$

La quantité (V, E) est en <u>retard</u> sur le courant, mais d'autant moins que la différence entre $\frac{1}{C\omega}$ et $L\omega$ est plus petite.

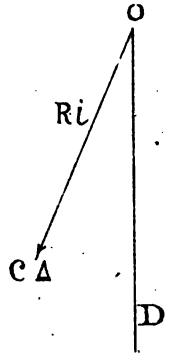
Pour une même résistance R que dans le cas précédent et une même capacité C le vecteur $O\Delta$ est plus voisin de OC, et cela d'autant plus que OV' est plus petit c'est-à-dire que $L\omega$ est plus près d'atteindre la valeur $\frac{1}{C\omega}$.

3e Cas. — Le vecteur OS est égal à OV.

Ce cas se présente lorsque la quantité $L\omega$ est égale à $\frac{1}{C\omega}$.

La quantité (V, E) est alors représentée (fig. 61) par le vecteur OC lui-même.

(fig. 61)



Ce résultat remarquable signifie que dans ces conditions la quantité (V, E) est liée à R et à I par la simple loi d'Ohm :

$$(V, E) = RI$$

et ne manifeste par rapport au courant ni avance ni retard, comme si le conducteur considéré ne présentait qu'une résistance R, sans capacité ni self-induction. La capacité et sa self-induction se neutralisent alors en quelque sorte l'une l'autre.

On voit par là qu'étant donné un conducteur présentant une self-induction L, on peut neutraliser de cette dernière en lui adjoignant un condensateur de capacité C satisfaisant à la relation :

$$\frac{1}{C\omega} = L\omega$$

ou

$$\frac{1}{C} = L\omega^2$$

ou

$$C = \frac{1}{L\omega^2}$$

On diminue ainsi, toutes choses égales d'ailleurs, le maximum de (V, E) qui, au lieu d'être $i\sqrt{R^2+L^2\omega^2}$ est réduit à Ri.

D'après la relation :

$$V_a - V_b = \frac{Q}{C} = \frac{1}{C\omega}\, i \sin\left(\frac{t}{T}2\pi - \psi - \frac{\pi}{2}\right)$$

on voit que le condensateur intercalé dans le conducteur considéré est exposé à supporter une différence de potentiel maxima égale à $\frac{1}{C\omega}\, i$ ou $L\omega i$. Pour remplir pratiquement l'office qu'on en attend, il ne suffit donc pas que le condensateur employé satisfasse à la condition :

$$\frac{1}{C\omega} = L\omega$$

il faut encore qu'il soit en état de supporter sans être détérioré la différence de potentiel maxima $L\omega i$.
Si, par suite d'une valeur un peu grande de L, cette différence de potentiel $L\omega i$ présente une valeur dangereuse pour un seul condensateur, on la répartit entre plusieurs condensateurs en cascade qui produiront l'effet désiré de neutralisation de la self-induction L si leurs capacités satisfont à la relation :

$$\frac{1}{C'\omega} + \frac{1}{C''\omega} + \dots = L\omega$$

Si ces condensateurs sont identiques entr'eux et au nombre de p, la capacité commune C' sera donnée par la condition :

$$\frac{p}{C'\omega} = L\omega$$

d'où

$$C' = \frac{L\omega^2}{p}$$

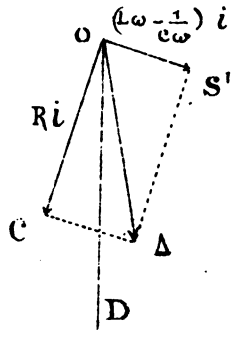
Dans ce cas, chacun des condensateurs n'a à supporter qu'une différence de potentiel maxima égale à la p^e partie de $L\omega i$. On peut toujours prendre le nombre p assez grand pour que la différence de potentiel $\frac{L\omega i}{p}$ soit supporté sans inconvénient par

chaque condensateur.

4e Cas. — Le vecteur OS est supérieur à OV. Ce cas se présente lorsque la quantité $L\omega$ est supérieure à $\frac{1}{C\omega}$

La quantité (V, E) est alors représentée (fig. 62) par la résultante $O\Delta$ des vecteurs $OC = Ri$ et $OS' = OS - OV = (L\omega - \frac{1}{C\omega})$

(fig. 62)



Le résultat est le même que si le conducteur considéré ne présentait avec sa résistance R aucune capacité, mais une self-induction L' telle que

$$L'\omega = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

La quantité (V, E) est alors en <u>avance</u> sur le courant

et d'autant plus que la différence entre $L\omega$ et $\frac{1}{C\omega}$ est plus grande.

Considérons maintenant le problème inverse de celui que nous venons de résoudre, c'est-à-dire supposons connue la quantité (V, E) et proposons nous de trouver l'intensité correspondante, en nous bornant encore au cas simple où la quantité variable donnée (V, E) est sinusoïdale.

La solution de ce problème est très simple dès qu'on sait que lorsque la variation de (V, E) présente un caractère sinusoïdal il en doit être de même de celle de I et par suite aussi de celle de $L\frac{dI}{dt}$ et de $V_a - V_b = \frac{Q}{C}$.

Il suffit alors de se reporter à la représentation graphique de ces quantités et de considérer maintenant comme donné le vecteur $O\Delta$ ainsi que l'angle $\Delta O C$, tandis qu'il s'agit de trouver OC.

Soit

$$(V, E) = \Delta \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi\right)$$

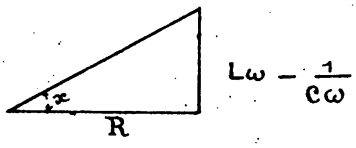
l'expression de la quantité variable (V, E). Le vecteur représentatif sera un segment $O\Delta$ de longueur Δ faisant avec la droite D un angle φ.

La résistance R, le coefficient de self-induction L du conducteur, la capacité C du condensateur étant connue, ainsi que la période T, on trouvera l'angle x ayant pour tangente :

$$\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R},$$

en construisant un triangle rectangle (fig. 63)

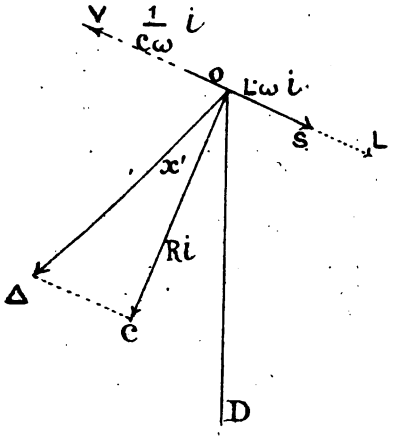
(fig. 63)

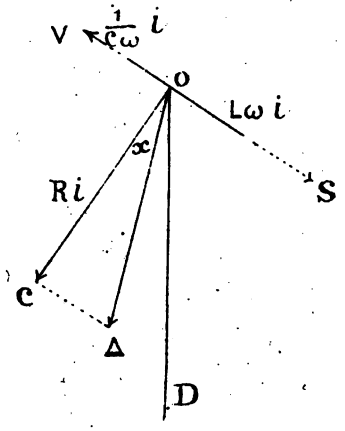


ayant pour cotés de l'angle droit des longueurs respectivement égales à $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ et R, x étant l'angle aigu de ce triangle adjacent au coté R.

Sur une droite OC faisant avec $O\Delta$ un angle x, du coté correspondant à une avance ou à un retard, suivant que $\frac{1}{C\omega}$ est supérieur ou inférieur à $L\omega$, projetons (fig. 64) le vecteur $O\Delta$ par une perpendiculaire ΔC abaissée du point Δ.

(fig. 64)





Le vecteur OC ainsi obtenue représente le produit Ri. Pour avoir en outre les vecteurs OS et OV il suffit de porter sur une perpendiculaire en O au vecteur OC, du coté de l'avance une longueur $OS = L\omega i$ et du coté du retard une longueur $OV = \frac{1}{C\omega} i$.

On a donc :

$$Ri = \Delta \cos. x$$

or

$$tg. x = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

d'où

$$\cos. x = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

par suite

$$Ri = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}\,\Delta$$

ou

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

et finalement :

$$I = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}} \sin\left(\frac{t}{T}\,2\pi - \varphi \mp x\right)$$

ce qui signifie en langage ordinaire que lorsqu'un conducteur de résistance R, ayant un coefficient de self-induction L et comprenant un conducteur de capacité C est le siège d'une force électromotrice alternative (V.E) sinusoïdale de période T, l'intensité du courant est aussi sinusoïdale, sa période étant égale à celle de la force électromotrice, son amplitude i valant $\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$ fois moins que celle Δ de la force électromotrice et enfin son vecteur représentatif faisant avec celui de la force électromotrice un angle x dont la tangente est égale à $\frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$, dans le sens d'un retard si cette expression est positive, $(L\omega > \frac{1}{C\omega})$ et dans le sens d'une avance si elle est négative $(L\omega < \frac{1}{C\omega})$.

L'angle x est toujours compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

De la relation :

$$i = \frac{(V, E)_{max.}}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

on déduit, en divisant les deux membres par $\sqrt{2}$:

$$I_{eff.} = \frac{(V, E)_{eff.}}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

Pour une valeur efficace donnée de la quantité (V, E), l'intensité efficace dans la portion de circuit considérée est celle qui s'observerait dans un conducteur qui ne présentant ni self-induction, ni capacité aurait une résistance donnée par l'expression :

$$\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}$$

On donne à cette quantité le nom de <u>résistance apparente</u> ou <u>impédance</u> de la portion de circuit considérée. Elle est représentée par l'hypothénuse d'un triangle rectangle dont les cotés de l'angle droit sont respectivement :

$$R$$

et $$L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

La quantité

$$K = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

a reçu le nom de <u>réactance</u>, en sorte que le résultat trouvé ci-dessus peut s'exprimer en disant que la résistance apparente ou impédance d'une portion de circuit pour un courant alternatif sinusoïdal est la racine carrée de la somme des carrés de sa résistance proprement dite ou résistance ohmique [1] R et de sa réactance K.

La réactance d'une portion de circuit dépend non seulement de paramètres propres à cette portion de circuit, savoir les paramètres qui déterminent L et C, mais en outre (par ω) de la période du courant alternatif dont cette portion de circuit est le siège

---

(1) Ainsi appelée parce qu'elle est définie par la loi d'Ohm : $I = \frac{E}{R}$

12e Leçon

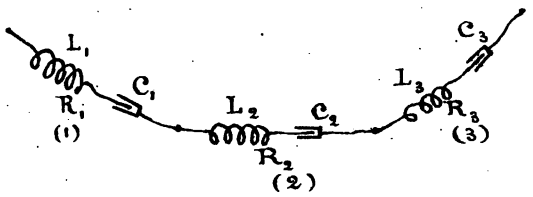
Problèmes relatifs à des groupes de conducteurs

I

= Conducteurs en série =

Soient (1), (2), (3) .... (fig. 65) des conducteurs réunis en série.

(fig. 65)



Chacun de ces conducteurs est caractérisé en général par une résistance,

une self. induction,

une capacité,

13 Mai 1895.

ou plus simplement, ainsi que nous l'avons vu dans la dernière leçon par une résistance

et un paramètre nommé réactance, fonction de la self-induction et de la capacité du conducteur en question, ainsi que de la fréquence du courant.

Soient R_1 la résistance du premier conducteur, L_1 son coefficient de self-induction, et C_1 la capacité du condensateur qui peut s'y trouver intercalé. Ce conducteur sera caractérisé par les deux paramètres :

$$R_1$$

$$\text{et } K_1 = L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} \quad (1)$$

Soient de même :

$$R_2$$

$$\text{et } K_2 = L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega},$$

$$R_3$$

$$\text{et } K_3 = L_3\omega - \frac{1}{C_3\omega},$$

---

(1) - La réactance se réduit à $L_1\omega$ s'il n'y a point de condensateur, et à $-\frac{1}{C_1\omega}$ si la self-induction est négligeable. En d'autres termes, l'absence de condensateur se traduit dans les formules générales par $C_1 = \infty$ et l'absence de self-induction par $L_1 = 0$, en sorte que lorsqu'il y a à la fois absence de condensateur et de self-induction, on a $K = 0$

etc..., les paramètres caractéristiques des autres conduc-
-teurs de la série.

Soit, à un instant donné

$$I = i \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \psi\right)$$

ou, pour abréger l'écriture :

$$I = i \sin \theta$$

l'expression de l'intensité du courant dans cette série de conducteurs.

Si V_1, V_2, V_3 ..... désignent respectivement les différences de potentiel existant, à l'instant t considéré, entre les extrémités de ces conducteurs et E_1, E_2, E_3 les valeurs au même instant des forces électromotrices dont ces conducteurs peuvent en outre être le siège, on a les relations :

$$(V_1 + E_1) = R_1 i \sin \theta + L_1 \omega i \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{C_1 \omega} i \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right).$$

$$(V_2 + E_2) = R_2 i \sin \theta + L_2 \omega i \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{C_2 \omega} i \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$(V_3 + E_3) = R_3 i \sin \theta + L_3 \omega i \sin\left(\theta + \frac{\pi}{2}\right) + \frac{1}{C_3 \omega} i \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

. . . . . .

d'où en ajoutant.

$$(V_1+V_2+V_3+\ldots+E_1+E_2+E_3+\ldots)=(R_1+R_2+R_3+\ldots)\,i\sin\theta+(L_1+L_2+L_3\ldots)\,\omega\, i\sin(\theta+\tfrac{\pi}{2})-(\tfrac{1}{C_1}+\tfrac{1}{C_2}+\tfrac{1}{C_3}+\ldots)\tfrac{1}{\omega}\, i\sin(\theta-\tfrac{\pi}{2})$$

La formule :

$$(V+E)=Ri\sin\theta+L\omega i\sin(\theta+\tfrac{\pi}{2})+\frac{1}{C\omega}\, i\sin(\theta-\tfrac{\pi}{2})$$

est donc applicable à un groupe formé d'un nombre quelconque de conducteurs en série, si l'on appelle :

V la différence de potentiel entre les points extrêmes de la série ;

E la somme algébrique des forces électromotrices données dont la série est le siège ;

R la résistance totale de la série, c'est-à-dire la somme des résistances de ses diverses parties ;

L la somme des coefficients de self-induction des diverses parties ;

$\frac{1}{C}$ la somme des inverses des capacités faisant partie de la série (1)

En d'autres termes, un groupe de conducteurs réunis en série équivaut à un conducteur unique qui aurait

---

(1) C est la capacité équivalente à la batterie en cascade formée par la série des condensateurs compris dans le groupe de conducteurs considérés.

pour résistance R la somme des résistances, pour coef-
-ficient de self-induction L la somme des coefficients de
ses diverses parties et qui comprendrait une capacité
C dont l'inverse serait égal à la somme des inverses
des capacités contenues dans la série.

La réactance de ce conducteur unique serait :

$$K = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Mais puisque

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

et $$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

on voit que :

$$L\omega - \frac{1}{C\omega} = L_1\omega - \frac{1}{C_1\omega} + L_2\omega - \frac{1}{C_2\omega} + L_3\omega - \frac{1}{C_3\omega} + \dots$$

c'est-à-dire qu'un groupe de conducteurs en série
équivaut à un conducteur unique qui présenterait
non seulement une résistance égale à la somme des
résistances, mais aussi une réactance égale à la somme
algébrique des réactances des conducteurs considérés.

Un circuit simple n'étant pas autre chose qu'un
groupe de conducteurs en série offrant cette seule par-
-ticularité.

qu'un même point en est à la fois l'origine et l'extré-mité, les propositions précédentes lui sont évidemment applicables. Seulement alors dans l'expression que nous avons désignée en général par $(V+E)$ le terme V est nul et l'expression se réduit à la somme algé-brique E de toutes les forces électromotrices données que contient le circuit.

Que l'on ait affaire à un conducteur unique ou à un groupe formé d'un nombre quelconque de conduc-teurs réunis en série, ce groupe pouvant comprendre non seulement une portion plus ou moins étendue d'un circuit mais même ce circuit tout entier,(1) si l'on veut examiner de quelle façon il se comportera lorsqu'il sera le siège d'un courant alternatif sinusoïdal de période donnée, la marche à suivre sera toujours la même :

On commencera par évaluer les paramètres carac-téristiques du conducteur simple ou composé considéré, c'est-à-dire :

1° ___ sa résistance R ;

2° ___ sa réactance $K = L\omega - \frac{1}{C\omega}$.

[Ce dernier paramètre pourra être positif ou négatif

(1) il n'est question ici que de circuits simples, c'est-à-dire sans bifurcations.

suivant que la quantité $L\omega$ sera supérieure ou inférieure à $\frac{1}{C\omega}$].

On se rappellera que les vecteurs représentatifs de

$$RI$$

$$KI$$

$$\text{et } (V_1 + E)$$

sont respectivement égaux à

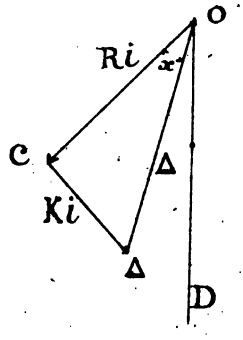
$$Ri$$

$$Ki$$

$$\text{et } \Delta \text{ (1)}$$

et forment un triangle rectangle dont Ri, Ki sont les cotés de l'angle droit et Δ l'hypothénuse (fig. 66)(2)

(fig. 66)



que la donnée du problème soit I ou $(V+E)$, on

---

(1) Δ étant l'amplitude de $(V+E)$

(2) Le vecteur représentatif de $(V+E)$ est la résultante des vecteurs

pourra toujours construire ce triangle, car on connait à priori par la relation :

$$tg.x = \frac{K}{R}$$

l'angle aigu x adjacent au coté Ri. On formera cet angle d'un coté ou de l'autre du vecteur donné de façon que Δ soit en avance sur Ri si K est positif ou au contraire en retard si K est négatif.

Puisque $OC\Delta$ est un triangle rectangle on a :

$$Ri = \Delta \cos x$$

d'où :

$$i = \frac{\Delta}{R} \cos. x$$

Il suit de là que si sur une droite DR égale à $\frac{\Delta}{R}$ comme diamètre (fig. 66) on trace une demi-circonférence et que par l'une des extrémités D de ce diamètre on mène une corde DI faisant avec lui un angle égal à x, cette corde sera numériquement égale à i.

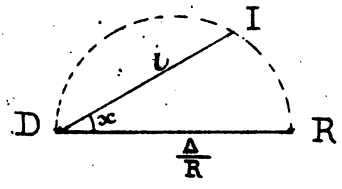
Cette construction permet de voir très simplement comment change l'intensité maxima i du courant dans le conducteur ou circuit considéré lorsque la résistance R

---

représentatifs de V et de toutes les forces électromotrices dont la somme algébrique est E.

restant invariable ainsi que Δ on fait varier L, C ou ω soit séparément soit simultanément.

(fig. 66)



Dans ces conditions $\frac{\Delta}{R}$ étant invariable la demi-circonférence dont il vient d'être question ne change pas et pour voir comment change la valeur de i il suffit d'avoir égard aux changements de x.

Or les changements de x dépendent de ceux de K d'après la relation :

$$tg.\, x = \frac{K}{R}$$

en sorte que pour savoir si x augmente ou diminue il suffit d'examiner si K augmente ou diminue (en valeur absolue) ce qu'on verra aisément en se reportant à l'expression de cette quantité savoir :

$$K = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Toute augmentation de L, de C ou de ω détermine évidemment une augmentation de K. Donc R et Δ ne changeant pas, toute augmentation d'une ou de plusieurs des quantités L, C, ω déterminera une augmentation de x et par contre une diminution de i.

Inversement toute diminution d'une ou de plusieurs des quantités L, C, ω déterminera, dans les mêmes conditions, une diminution de x et par contre une augmentation de i.[1]

Ce que nous venons de dire de l'intensité maxima i s'applique évidemment à l'intensité efficace qui lui est proportionnelle ($I_{ef.} = \frac{I_{max.}}{\sqrt{2}}$)

On peut résumer toutes les remarques qui précèdent en disant :

<u>que pour une résistance et une force électromotrice agissante données, l'intensité du courant dont un conducteur ou un groupe de conducteurs en série est le</u>

---

(1) Il y a augmentation de ω lorsqu'il y a augmentation de la fréquence du courant et diminution de ω dans le cas contraire, car si l'on désigne par n la fréquence, les relations $n = \frac{1}{T}$ et $\omega = \frac{2\pi}{T}$ montrent que la quantité ω est égale à $2\pi n$ et varie par conséquent proportionnellement à la fréquence

siège est d'autant plus faible que la réactance est plus grande ou inversement d'autant plus grande que la réactance est plus faible, la grandeur de la réactance dépendant de L, C et ω d'après la formule :

$$K = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Le triangle $OC\Delta$ donne encore la relation :

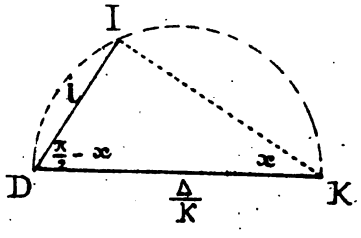
$$Ki = \Delta \sin x$$

d'où :

$$i = \frac{\Delta}{K} \sin x$$

Il suit de là que si sur une droite DK comme diamètre (fig. 67) on trace une demi-circonférence et que

(fig. 67)



par l'une des extrémités D de ce diamètre on mène une corde DI faisant avec lui un angle égal au

complément de x, cette corde sera numériquement égale à i.

Cette construction permet de voir très simplement comment change l'intensité maxima i du courant dans le conducteur ou circuit considéré lorsque la réactance K ne changeant pas, non plus que Δ, on fait varier la résistance R.

i augmente alors évidemment ou diminue en même temps que x. Or puisque,

$$\operatorname{tg} x = \frac{K}{R}$$

il est clair que les augmentations de x et de i sont corélatives des diminutions de R et inversement.

Donc : <u>pour une réactance et une force électromotrice agissante données l'intensité du courant dont un conducteur ou un groupe de conducteurs en série est le siège est d'autant plus faible que la résistance est plus grande ou inversement l'intensité est d'autant plus grande que la résistance est plus faible.</u>

Le maximum de i, correspondant à $R = 0$ et par suite à $x = \frac{\pi}{2}$ est :

$$\frac{\Delta}{K}$$

Par exemple, si une portion de circuit comprend un condensateur de capacité C et ne présente qu'une résistance négligeable on a, K se réduisant alors à $\frac{1}{C\omega}$,

$$i = \frac{\Delta}{\frac{1}{C\omega}} = \Delta C \omega$$

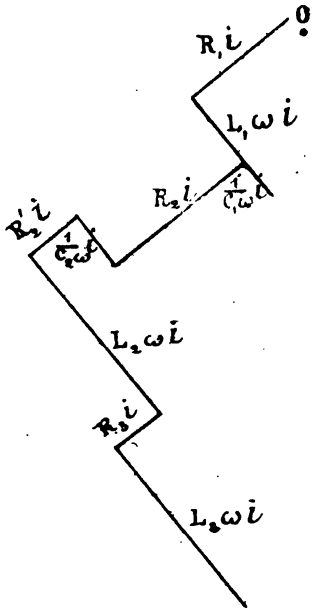
Dans le calcul de la quantité $(V+E)$ relative à un groupe de conducteurs en série, toute résistance telle que R, faisant partie de ce groupe intervient par une expression telle que $L_1 \omega i \sin(\theta + \frac{\pi}{2})$ représentée géométriquement par un vecteur tel que $L_1 \omega i$ perpendiculaire à Ri dans le sens d'une avance ; enfin toute capacité telle que C_1 intervient par une expression telle que $\frac{1}{C_1 \omega} i \sin(\theta - \frac{\pi}{2})$ représentée géométriquement par un vecteur tel que $\frac{1}{C_1 \omega} i$ perpendiculaire à Ri mais dans le sens d'un retard.

Le vecteur représentatif de la quantité $(V+E)$ est la résultante de tous ces vecteurs.

Représentons tous ces vecteurs en grandeur et en direction, en les plaçant bout à bout dans l'ordre même où ils se présentent lorsqu'on parcourt le circuit dans un sens déterminé.

Leur ensemble formera une ligne polygonale que nous désignerons sous le nom de <u>polygone représentatif</u> de la portion de circuit considérée, (fig. 68).

(fig. 68)



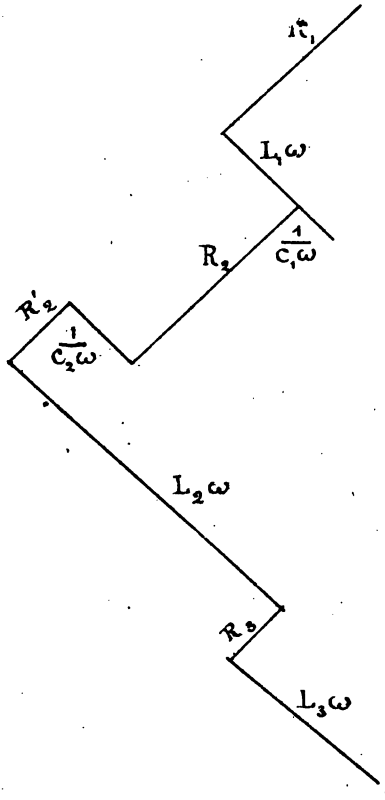
Les cotés de cette ligne polygonale n'offrent que deux directions différentes, une première direction à laquelle sont parallèles tous les cotés tels que $R_1 i$ et une direction perpendiculaire suivant laquelle sont dirigés dans un sens tous les cotés tels que $L_1 \omega i$ et en sens contraire tous les cotés tels que $\frac{1}{C_1 \omega} i$.

Pour une valeur constante de ω tous les cotés de cette ligne sont proportionnels à i. Pour une même valeur de ω les figures correspondant à différentes valeurs de i

sont donc semblables entre elles. On peut se borner à en construire une seule correspondant par exemple à $i=1$ et s'en servir dans tous les cas en cherchant dans chaque cas dans quelle proportion elle devrait être amplifiée ou réduite pour fournir la figure convenant aux données.

Supposons la figure tracée pour $i = 1$. Les cotés sont alors respectivement égaux à R_1, $L_1\omega$, $\frac{1}{C_1\omega}$, R_2 etc...,

(fig. 69)



Cette figure permettra de résoudre l'une des deux

questions suivantes :

1°— Quelle est pour une intensité sinusoïdale d'amplitude i donnée la quantité $(V+E)$ relative à une partie donnée du groupe de conducteurs considéré. ?

Pour répondre à cette question on considèrera le fragment de ligne polygonale répondant à la partie de circuit dont il s'agit. La quantité $(V+E)$ cherchée sera représentée géométriquement par un vecteur égal à i fois la droite joignant les deux extrémités de ce fragment de ligne polygonale. L'angle formé par cette droite avec la direction des cotés R fera connaître quelle que soit la valeur de i, l'avance ou le retard que présentera la quantité $(V+E)$ par rapport au courant donné.

2°— Quelle est pour une amplitude Δ donnée de la quantité $(V+E)$ relative à une partie déterminée du groupe de conducteurs considéré, l'intensité du courant dont ce groupe sera le siège ?

Pour répondre à cette question on considèrera la droite joignant sur la figure les deux extrémités de la ligne polygonale répondant à la partie de circuit pour laquelle la quantité $(V+E)$ est donnée. Soit Δ_0 la

valeur de cette droite. Pour qu'elle devint égale à Δ il faudrait amplifier la figure dans le rapport de Δ à Δ_0. Or ce rapport d'amplification serait précisément l'amplitude du courant cherché. On a donc :

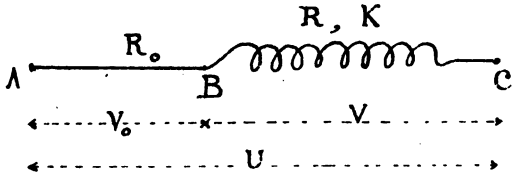
$$i = \frac{\Delta}{\Delta_0}$$

L'angle compris entre cette droite et la direction des cotés R fait connaître le retard ou l'avance que présente le courant par rapport à la quantité $(V+E)$ donnée.

Applications aux mesures usuelles

Considérons une portion de circuit ABC (fig. 70)

(fig. 70)

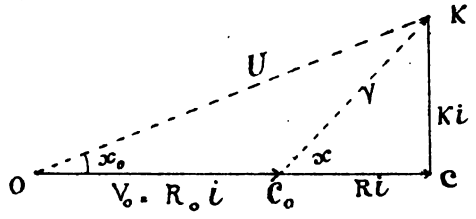


formée d'une partie AB non inductive, de résistance R_0 et d'une partie BC de résistance R et de réactance K, ces deux parties ne renfermant d'ailleurs pas de forces.

électromotrices autres que celles de self-induction.

Soit $O\ C_0\ C\ K$ (fig. 71)

(fig. 71)



la ligne polygonale représentative de cet ensemble de deux conducteurs.

Sur ce diagramme :

OC_0 est le vecteur représentatif de la différence de potentiel V_0 entre A et B ;

$C_0 K$ est le vecteur représentatif de la différence de potentiel V entre B et C ;

OK est le vecteur représentatif de la différence de potentiel U entre A et C.

Si l'on détermine expérimentalement les valeurs efficaces de ces trois différences de potentiel, valeurs efficaces qui sont proportionnelles aux valeurs maxima, on peut construire le triangle $O\ C_0\ K$, et par suite tout le diagramme,

le point C étant le pied de la perpendiculaire abaissée du sommet K sur le coté OC_0.

De ces trois inconnues V_0, V, U jointes à la connaissance de la résistance R_0 on peut donc déduire graphiquement ou analytiquement :

1°_ l'intensité i du courant ;

$$i = \frac{V_0}{R_0}$$

2°_ l'angle x_0 de différence de phase entre i et U :

$$V^2 = V_0^2 + U^2 - 2\,V_0 U \cos x_0$$

$$\cos x_0 = \frac{V_0^2 + U^2 - V^2}{2\,V_0 U}$$

3°_ l'angle x de différence de phase entre i et V :

$$U^2 = V_0^2 + V^2 + 2\,V_0 V \cos x$$

$$\cos x = \frac{U^2 - V_0^2 - V^2}{2\,V_0 V}$$

4°_ la résistance R du conducteur BC :

$$R = \frac{C_0 C}{i} = \frac{V \cos x}{i}$$

5°_ la réactance K de ce conducteur :

$$\frac{K}{R} = tg\, x$$

$$K = R\, tg\, x$$

Remarque relative à l'emploi des électrodynamomètres.

Lorsqu'on introduit un électrodynamomètre dont les bobines sont reliées en série dans un circuit qui est le siège d'un courant alternatif, l'intensité qu'indique l'instrument est différente de celle que présentait le courant avant l'insertion de l'appareil dans le circuit, et cela parce que l'appareil introduit dans le circuit une résistance additionnelle r et une self-induction additionnelle l.

Il est facile de déduire de la valeur de l'intensité $I'_{\mathfrak{g}}$ marquée par l'instrument celle de l'intensité primitive $I_{\mathfrak{g}}$.

R désignant la résistance du circuit primitif et K sa réactance, l'amplitude de l'intensité actuelle est donnée par l'expression :

$$i' = \frac{\Delta}{\sqrt{(R+r)^2 + (K + l\omega)^2}}$$

tandis que l'amplitude de l'intensité primitive était :

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{R^2 + K^2}}$$

On a donc :

$$\frac{I_{eff}}{I'_{eff}} = \frac{i}{i'} = \frac{\sqrt{(R+r)^2 + (K + l\omega)^2}}{\sqrt{R^2 + K^2}}$$

Si l'on veut déduire l'intensité primitive de l'intensité actuelle, il faut donc multiplier cette dernière par le facteur

$$\sqrt{\frac{(R+r)^2 + (K + l\omega)^2}{R^2 + K^2}}$$

qui dépend non seulement des constantes du circuit et de l'instrument, mais aussi de la période du courant.

Voici, pour donner une idée de l'ordre de grandeur de cette correction, quelques chiffres empruntés à un travail de M. Ledeboer et Manewrier (1).

Les constantes de l'Electrodynamomètre Siemens employé par ces expérimentateurs avaient les valeurs suivantes :

	Bobine mobile	Bobine fixe	Appareil entier
Résistances (ohms)	$r = 0.004$	$r_2 = 0.006$	$r = r_1 + r_2 = 0.010$
Coef. de self-ind^{on} (quadrants)	$l = 0,000012$	$l_2 = 0,000023$	$l = l_1 + l_2 = 0,000035$

Le calcul du coefficient de correction fait pour un

(1) Sur l'emploi des Electrodynamomètres pour les mesures d'intensité des courants alternatifs = Lum. Électr. t. XXVII (1888) p. 250 – 266 =

circuit de résistance

$$R = 20 \text{ Ohms}$$

et de self-induction

$$L = 0.104$$

a donné pour la fréquence 33,3 (une de celles employées par M. Joubert dans ses expériences sur la machine Siemens) les résultats suivants :

Période	Fréquence	Valeur du facteur de correction
—	—	—
$T = 0^s.03$	$n = 33,3$	1.003

Tant que la perturbation apportée par l'électrodynamomètre sera inférieure à $\frac{1}{100}$ de l'intensité à mesurer, il sera inutile d'en tenir compte dans la pratique industrielle car dans les meilleures conditions la vitesse de rotation des machines industrielles n'est pas assez régulière pour que la fréquence d'un courant alternatif soit maintenue invariable à $\frac{1}{100}$ près.

13e Leçon

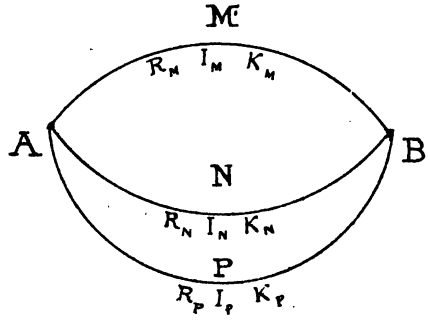
Problèmes relatifs à des groupes de conducteurs

II

Conducteurs en dérivation

Soient (fig. 72) deux points A et B entre lesquels existent divers conducteurs M, N, P, ..., de résistances R_M, R_N, R_P, ..., et de réactances K_M, K_N, K_P ...., si unis à des forces électromotrices sinusoïdales de période T et parcourus par des courants alternatifs sinusoïdaux

(fig. 72)



de même période T.

Soient :

V, en grandeur et en signe, la différence de potentiel existant, à un instant donné, entre les points A et B ;

E_M la valeur, à cet instant, de la somme algébrique (1) des forces électromotrices données ayant pour siège le conducteur M ;

E_N, E_P, ..., les valeurs, au même instant, des forces électromotrices analogues en N, P, ... etc. ;

I_M, I_N, I_P ...., en grandeurs et en signes, les valeurs, au même instant, des intensités des courants dans ces conducteurs, une intensité étant comptée positivement lorsque le courant auquel elle se rapporte va de A en B et négativement dans le cas contraire (2)

---

(1) Somme obtenue en comptant positivement toute force électromotrice qui agissant seule rendrait le potentiel de B supérieur à celui de A et négativement toute force électromotrice qui agissant seule rendrait, au contraire, le potentiel de A supérieur à celui de B.

(2) Avec cette convention, la somme algébrique de toutes les intensités à chaque instant est nulle, la somme des intensités des courants qui s'éloignent de A étant égale en valeur absolue à chaque instant à celle des intensités des courants qui convergent en ce point.

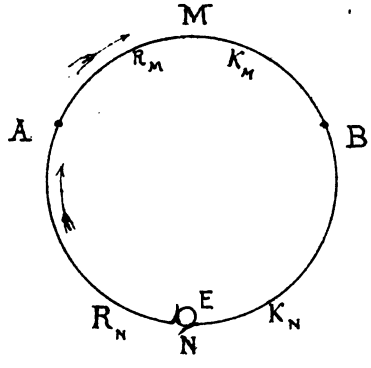
Les résistances et les réactances de ces conducteurs étant données, pour trouver l'intensité du courant dans chacun d'eux, il suffit de connaître l'amplitude V de la différence de potentiel entre A et B ainsi que l'amplitude et la différence de phase par rapport à V de la force électromotrice E ayant pour siège le conducteur considéré. En effet, si sur la résultante OU des vecteurs représentatifs de V et de E comme hypothénuse on construit un triangle rectangle dont un angle aigu x ait pour tangente le rapport $\frac{K}{R}$ de la réactance à la résistance du conducteur en question, le coté de l'angle droit de ce triangle, adjacent à l'angle x représentera Ri et fera connaître par conséquent le vecteur représentatif du courant I dans le conducteur considéré (ce vecteur devant être en retard sur OU si K est positif et au contraire en avance si K est négatif).

Lorsqu'on a déterminé ainsi toutes les intensités de courants sauf une, on peut, pour trouver celle dernière, se dispenser de suivre la marche qui vient d'être indiquée, car on sait à priori que cette dernière intensité doit être représentée par un vecteur égal et contraire à la résultante des vecteurs représentatifs de toutes les autres. C'est, en effet, à cette condition, que la somme algébrique des intensités de tous les courants est constamment nulle, ainsi que cela doit être, suivant la remarque faite tout à l'heure. On

pourra d'ailleurs, en appliquant à la recherche de la dernière intensité la méthode générale, vérifier qu'il en est bien ainsi.

Considérons, par exemple, le cas simple où deux points A et B sont réunis par deux conducteurs seulement M et N, dont un seul, N par exemple, présente une force électro-motrice E (fig. 73).

(fig. 73)



Ce cas n'est pas autre chose, au fond, que celui d'un circuit simple actionné par une force électromotrice E.

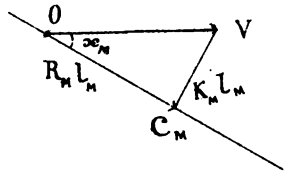
Pour fixer les idées, considérons le système à un instant où dans la partie M le courant va de A en B et est par conséquent positif. A ce même instant, le courant, dans la partie N, est nécessairement dirigé de B en A et est par conséquent négatif.

C'est bien le résultat que donne la détermination

graphique de ces courants :

Soient OV (fig. 74) le vecteur représentatif de la différence de potentiel $V_A - V_B$.

(fig. 74)



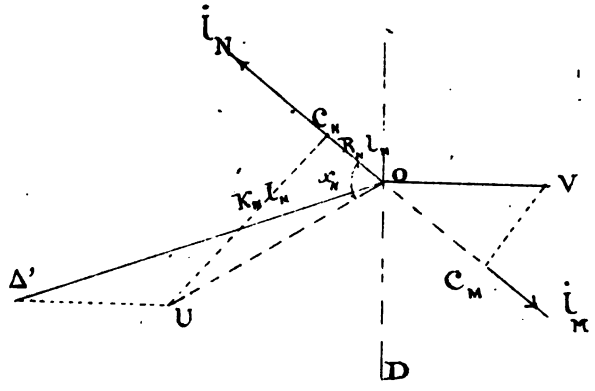
Menons par le point O une droite faisant, avec OV, dans le sens convenable un angle x_M de tangente $\frac{K_M}{R_M}$. La projection OC_M de OV sur cette droite nous donnera $R_M l_M$ d'où l_M se déduira aisément en divisant OC_M par R_M.

Pour procéder maintenant à la recherche du vecteur représentatif de I_N il faut d'abord tracer la résultante des vecteurs représentatifs de V et de la force électromotrice E. Et cet effet, il ne suffit pas de connaître l'amplitude Δ de cette force électromotrice, il faut en outre connaître l'inclinaison que présente son vecteur représentatif par rapport à OV.

Sur une droite présentant par rapport à OV l'inclinaison en

question[1] portons en $O\Delta'$ l'amplitude Δ de façon que la distance à la droite OD du point Δ' ainsi obtenu soit négative (fig. 75); nous aurons ainsi en $O\Delta'$ le vecteur représentatif de la force électromotrice, car, dans l'hypothèse où nous nous sommes placés, cette force électromotrice doit être comptée négativement[2]

(fig. 75)



Soit OU la résultante des vecteurs $O\Delta'$ et OV. Projetons ce vecteur OU sur une droite OC_N faisant avec OU un angle

(1) - On trouvera cette inclinaison en faisant l'épure du circuit comme il a été dit dans la dernière leçon.

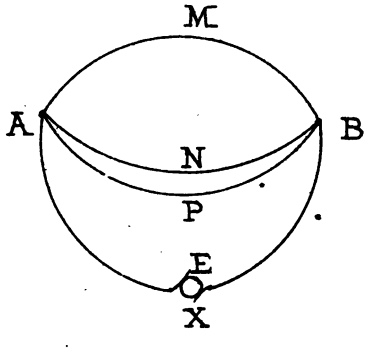
(2) - Elle agit en effet, au moment où elle est ici considérée, de façon à rendre le potentiel de A supérieur à celui de B.

x_N de tangente $\frac{K_N}{R_N}$. Nous aurons en divisant OC_N par R_N le vecteur représentatif de I_N ; et, en faisant coïncider le vecteur OV de cette figure avec celui de la précédente, nous pourrons constater que les vecteurs représentatifs I_N et I_M sont égaux et opposés.

Revenons au cas général où il existe entre deux points A & B plus de deux conducteurs M, N, P, ..., X et supposons que parmi ces conducteurs un seul, X par exemple, renferme une force électromotrice donnée E, les autres ne présentant pas d'autres forces électromotrices que celles de self-induction.

Nous dirons que ces autres conducteurs forment un faisceau en dérivation entre deux points A et B du conducteur X renfermant la force électromotrice E[1] (fig. 76)

(fig. 76)

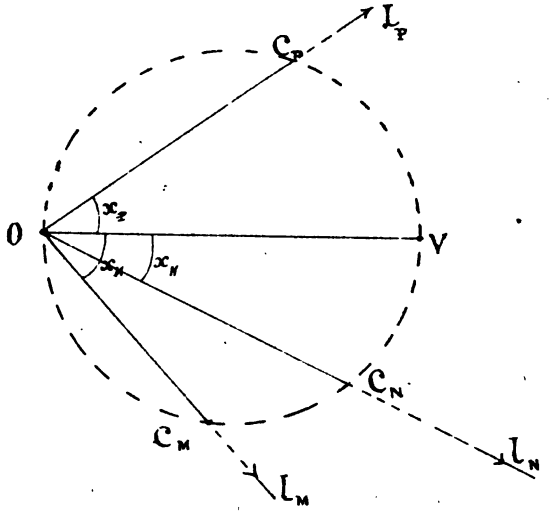


(1) Dans le cas où il existerait plusieurs forces électromotrices ayant

1° — Supposons connue la différence de potentiel V entre les points A et B. Cette donnée jointe à la connaissance des résistances et des réactances des divers conducteurs permet de trouver toutes les intensités.

Pour avoir en effet les intensités I_M, I_N, I_P ...., dans les branches de dérivation on aura à construire des triangles rectangles ayant tous pour hypothénuse le vecteur OV représentatif de V (ici en effet OV = V puisque $E_M = E_N = E_P = \ldots = 0$). On tracera donc sur OV comme diamètre (fig. 77),

(fig. 77)



une circonférence, et par le point O on mènera des cordes

(1) pour sièges des conducteurs différents, on chercherait par la méthode qui va être indiquée l'effet de chacune d'elles, et pour avoir l'effet total on ferait la somme des effets partiels.

OC_M, OC_N, OC_P, ... faisant avec OV des angles x_M, x_N, x_P .... ayant respectivement pour tangentes $\frac{K_M}{R_N}$, $\frac{K_N}{R_N}$, $\frac{K_P}{R_P}$, ..., Pour avoir les vecteurs représentatifs de i_M, i_N, i_P, ... il suffira de porter sur les directions de ces cordes à partir du point O des longueurs Oi_M, Oi_N, Oi_P ..., égales aux longueurs de ces cordes respectivement divisées par R_M, R_N, R_P, ...

Le courant i_x dans le conducteur X sera représenté par un vecteur égal et opposé à la résultante de i_M, i_N, i_P ....

Connaissant ainsi i_x on pourra trouver le vecteur $O\Delta$ représentatif de la force électromotrice E. En effet, on sait que l'hypothénuse OU du triangle rectangle qui a pour cotés de l'angle droit $R_x\, i_x$ et $K_x\, i_x$ est la résultante de OV et de $O\Delta$. La question revient donc, étant données une résultante OU et l'une des composantes OV à trouver l'autre composante $O\Delta$.

2°. — <u>Supposons connue l'intensité I_x dans la branche X qui renferme la force électromotrice. Cette donnée jointe à la connaissance des résistances et des réactances de tous les conducteurs permet de trouver les intensités dans les diverses branches de dérivation, la différence de potentiel V entre les points A et B et la force électromotrice E.</u>

Remarquons en effet que la solution graphique précédente relative à diverses valeurs de OV conduit à des figures semblables entre elles, tant que les réactances demeurent les mêmes, c'est-à-dire tant que, pour un système de conducteurs donnés, la fréquence des courants demeure la même. On peut donc, pour cette fréquence, se borner à construire une seule figure correspondant à une valeur déterminée de V, la valeur 1 par exemple. Il suffira alors de déterminer, dans chaque cas, suivant quel rapport la figure devra être amplifiée ou diminuée pour représenter les données.

Soit i_x la valeur que cette figure-type présente pour le courant dans le conducteur X. Lorsqu'on aura affaire dans cette branche à un courant $\dot{i}_x$, la figure correspondante devra avoir ses dimensions égales à $\frac{\dot{i}_x}{i_x}$ fois celles de la figure-type. Les valeurs de V, $\dot{i}_M$, $\dot{i}_N$, $\dot{i}_P$ ..... E seront donc respectivement égales à $\frac{\dot{i}_x}{i_x}$ fois celles que représente la figure-type.

3° — <u>Supposons enfin connue la force électromotrice E. Cette donnée jointe à la connaissance des résistances et des réactances de tous les conducteurs permet de trouver toutes les intensités, ainsi que la différence de potentiel V entre les deux points A et B.</u>

En effet, soit e la valeur que présente la figure-type

pour la force électromotrice du conducteur X. Pour avoir la figure convenant au cas proposé il faudrait amplifier la figure-type dans le rapport $\frac{E}{e}$. Les grandeurs cherchées s'obtiendront donc en multipliant par $\frac{E}{e}$ celles que présente la figure-type.

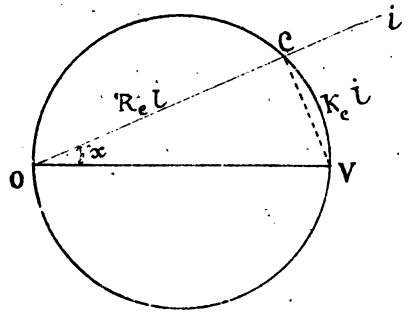
Conducteur unique équivalent à un faisceau de conducteurs en dérivation dépourvu de forces électromotrices.

Considérons dans la figure-type (fig. 77) la résultante i des vecteurs représentatifs de i_M, i_N, i_P ....; Elle représente l'intensité d'un courant égal à la somme algébrique des courants qui correspondent aux différentes branches de la dérivation et par conséquent l'intensité du courant dont serait le siège le conducteur unique capable de remplacer le faisceau des conducteurs M, N, P, ...

Soit C le point où ce vecteur i rencontre la circonférence décrite sur OV comme diamètre. Le triangle rectangle correspondant au conducteur unique en question serait OCV.

On a donc, en appelant R_e la résistance de ce conducteur équivalent au faisceau et K_e sa réactance:

(fig. 77)



$$OC = R_e i$$
$$CV = K_e i$$

ou

$$R_e i = OV \cos x = \cos x \text{ (puisque } OV = 1 \text{)}$$
$$K_e i = OV \sin x = \sin x \text{ (\quad - d° - \quad)}$$

Donc

$$R_e = \frac{\cos . x}{i}$$

$$K_e = \frac{\sin . x}{i}$$

Or, en exprimant que la projection de i sur OV et sur une perpendiculaire à OV est égale à la somme des projections des vecteurs composants, on a :

$$i \cos x = i_M \cos x_M + i_N \cos x_N + i_P \cos x_P + \dots = A$$

$$i \sin x = i_M \sin x_M + i_N \sin x_N + i_P \sin x_P + \ldots\ldots = B$$

Par suite :

$$R_e = \frac{\cos^2 x}{A}$$

$$K_e = \frac{\sin^2 x}{B}$$

On tire de là la relation :

$$AR_e + BK_e = 1$$

D'ailleurs

$$\frac{R_e}{K_e} = \frac{A}{B} \quad (1)$$

De ces deux équations on déduit :

$$R_e = \frac{A}{A^2 + B^2}$$

$$K_e = \frac{B}{A^2 + B^2}$$

Donc R_e et K_e s'expriment très simplement en fonction des quantités que nous avons appelées A et B. Il

---

(1) Car $\frac{R_e}{K_e} = \frac{\cos x}{\sin x}$

est facile de voir d'ailleurs que ces quantités ne dépendent que des résistances et des réactances des conducteurs formant la dérivation considérée, et que par conséquent le conducteur équivalent au faisceau considéré est le même pour tous les régimes électriques qui présentent la même fréquence.

On a, en effet,

$$R_M i_M = \cos x_M$$

$$R_M i_M \cos x_M = \cos^2 x_M$$

$$i_M \cos x_M = \frac{\cos^2 x_M}{R_M}$$

or

$$\cos^2 x_M = \frac{R_M^2}{R_M^2 + K_M^2} \qquad (1)$$

Donc

$$i_M \cos x_M = \frac{R_M}{R_M^2 + K_M^2}$$

ou, en appelant J l'impédance du conducteur considéré :

$$i_M \cos x_M = \frac{R_M}{J_M^2}$$

La quantité A est la somme des expressions analogues

---

(1) puisque $\operatorname{tg} x_M = \frac{K_M}{R_M}$

relatives à tous les conducteurs du faisceau en dérivation considéré :

De même

$$i_M \sin x_M = \frac{K_M}{J_M^2}$$

et B est la somme de toutes les expressions analogues.

En définitive, pour trouver la résistance R_e et la réactance K_e d'un conducteur unique équivalent à un faisceau de conducteurs en dérivation (ne renfermant aucune force électromotrice donnée), on considérera les résistances, réactances et impédances des divers conducteurs du faisceau et on formera les sommes :

$$A = \frac{R_M}{J_M^2} + \frac{R_N}{J_N^2} + \frac{R_P}{J_P^2} + \cdots\cdots = \Sigma \frac{R}{J^2}$$

$$B = \frac{K_M}{J_M^2} + \frac{K_N}{J_N^2} + \frac{K_P}{J_P^2} + \cdots\cdots = \Sigma \frac{K}{J^2}$$

puis, au moyen de ces sommes, les expressions :

$$R_e = \frac{A}{A^2 + B^2}$$

$$K_e = \frac{B}{A^2 + B^2}$$

qui fourniront respectivement l'une la résistance, l'autre la réactance cherchée.

Connaissant K_e et R_e on pourra en déduire le décalage x du courant dans le conducteur principal X par la relation :

$$tg\, x = \frac{K_e}{R_e}$$

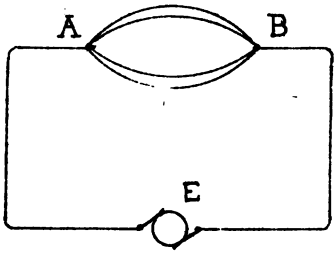
Pour fixer les idées,

Considérons rapidement les dispositions de circuits les plus nouvelles à l'étude desquelles pourront être appliquées les méthodes générales exposées dans cette leçon et dans la précédente.

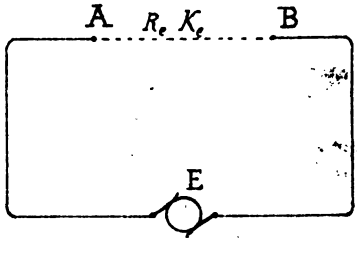
1° — Circuit présentant un faisceau de conducteurs dérivés.

Par la considération du conducteur (R_e, K_e) équivalent au faisceau, l'étude d'un tel circuit (fig. 78) se ramène à celle d'un circuit simple (fig. 79).

(fig. 78)



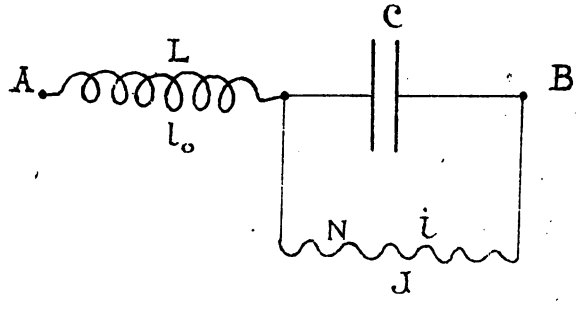
(fig. 79)



Que la force électromotrice E ou l'intensité I dans la branche principale, soient données, on pourra trouver, comme on l'a vu dans la dernière Leçon la ligne polygonale représentative de ce circuit simple et par suite la différence de potentiel entre les points A et B, d'où l'on déduira enfin, comme on l'a vu tout à l'heure, les intensités dans les diverses branches de la dérivation.

Exemple. — Une bobine de self-induction L et de résistance négligeable est montée en série (*fig. 80*) avec un condensateur de capacité C entre deux points A et B entre lesquels existe une différence de potentiel sinusoïdale d'amplitude Δ. On établit en dérivation entre les armatures du condensateur un conducteur N de résistance R de réactance K; trouver l'expression de l'intensité maxima i (et par suite de l'intensité efficace $I_{ef} = \frac{i}{\sqrt{2}}$) du courant dont ce conducteur sera le siège.

(*fig. 80*)



Soit V l'amplitude de la différence de potentiel existant entre les armatures du condensateur. On a J désignant l'impédance du conducteur N

$$i = \frac{V}{J}$$

Or si R_e et K_e désignent respectivement la résistance et la réactance du conducteur équivalent au faisceau formé par le condensateur et le conducteur J on a en désignant par i_0 l'amplitude de l'intensité du courant dans la branche L :

$$V = i_0 \sqrt{R_e^2 + K_e^2}$$

D'ailleurs

$$i_0 = \frac{\Delta}{\sqrt{R_e^2 + (L\omega + K_e)^2}}$$

car tout se passe comme si entre A et B se trouvait un conducteur unique de résistance R_e et de réactance $L\omega + K_e$

Des relations précédentes on déduit

$$i = \frac{\Delta \sqrt{R_e^2 + K_e^2}}{J \sqrt{R_e^2 + (L\omega + K_e)^2}}$$

Les valeurs de A et de B à l'aide desquelles s'expriment

R_e et K_e sont ici respectivement $A = \frac{R}{J^2}$

$$B = -C\omega + \frac{K}{J^2}$$

Tous calculs faits, on trouve :

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{J^2(1 - L\omega C\omega)^2 + 2KL\omega(1 - L\omega C\omega) + L^2\omega^2}}.$$

On voit que si le condensateur C est choisi de telle façon que

$$L\omega C\omega = 1$$

ou

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

l'intensité i est indépendante de l'impédance J et de la réactance K de la dérivation, c'est-à-dire indépendante de R et de K.

Dans ces conditions, en d'autres termes, pour une différence de potentiel sinusoïdale donnée maintenue entre A et B on aura dans une série d'appareils présentant une résistance et une réactance quelconques, mis en dérivation aux bornes du condensateur un courant d'intensité efficace

$$I_{eff} = \frac{i}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{\Delta}{\sqrt{2}}}{L\omega} = \frac{D_{eff}}{L\omega}$$

indépendante de la composition de la dérivation.

On arriverait à un résultat analogue en mettant la dérivation aux extrémités de la bobine de self-induction L. On trouve alors en effet, pour l'amplitude de l'intensité du courant dans la dérivation, en suivant la même marche que tout à l'heure :

$$i = \frac{\Delta}{\sqrt{J^2\left(1-\frac{1}{L\omega C\omega}\right)^2 - \frac{2K}{C\omega}\left(1-\frac{1}{L\omega C\omega}\right) + \frac{1}{C^2\omega^2}}}$$

expression qui pour $L\omega C\omega = 1$ est bien indépendante de J et de K et donne

$$i = \frac{\Delta}{\frac{1}{C\omega}} = \frac{\Delta}{L\omega}$$

ou

$$I_{ef} = D_{ef}\, C\omega = \frac{D_{ef}}{L\omega}.$$

Réciproquement, si l'on maintient dans la dérivation une intensité efficace constante, on aura entre les points A et B une différence de potentiel efficace constante quels que soient les appareils qu'on pourra relier à ces points, pourvu que ces appareils ne donnent lieu qu'à des forces électromotrices sinusoïdales.

Ces particularités remarquables des dérivations aux armatures d'un condensateur ou aux extrémités d'une bobine de self-induction de résistance négligeable placés à la suite l'une de l'autre et ajoutés de façon que la relation

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

soit satisfaite, ont été signalées par M. P. Boucherot qui en a fait la base d'un très ingénieux système de distribution électrique.[1]

2° — *Circuits présentant en série plusieurs faisceaux de conducteurs en dérivation.*

—

Par la considération des conducteurs $(R_e . K_e)$, $(R'_e . K'_e)$, ..., équivalents aux faisceaux de conducteurs dérivés qu'il présente, l'étude d'un tel circuit (*fig. 81*) se ramène aussi à celle d'un circuit simple (*fig. 82*).

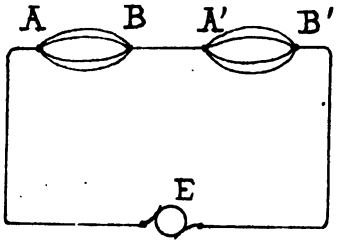
Cette question n'est autre que la généralisation de la précédente.

Par l'étude du circuit simple équivalent on trouvera

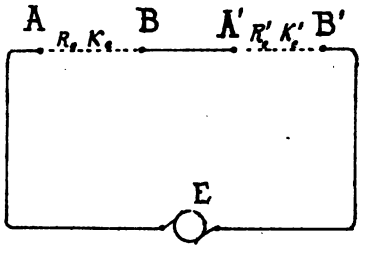
---

(1) *L'Electricien* t. I (1891) p. 237. 259 et 273.

(fig. 81)



(fig. 82)

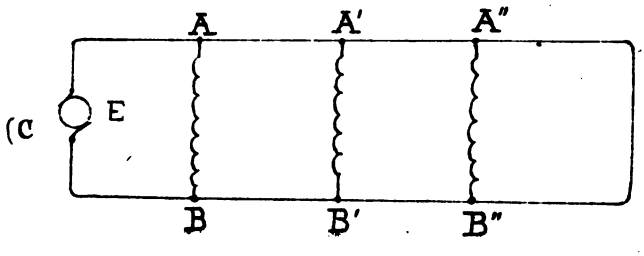


les différences de potentiel V et V' entre A et B, A' et B', et on en déduira aisément les intensités dans les conducteurs en dérivation.

3° — Circuit présentant des dérivations en des points multiples

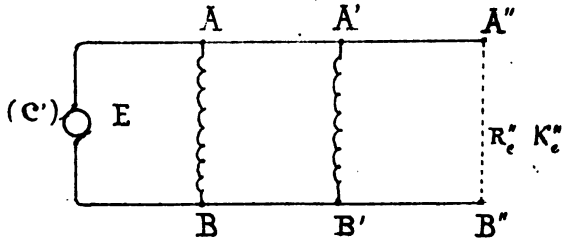
Soit (C") (fig. 83) un pareil circuit présentant des dérivations entre les points A et B, A' et B', A" et B"....

(fig. 83)



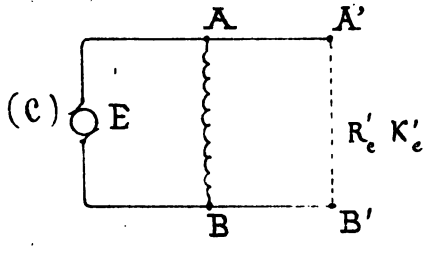
Par la considération du conducteur (R_e'' , K_e'') équivalent à tout ce qui se trouve entre A'' et B'' on peut substituer au circuit (C'') le circuit plus simple (C') [fig. 84] qui offre une dérivation de moins que (C'').

(fig. 84)



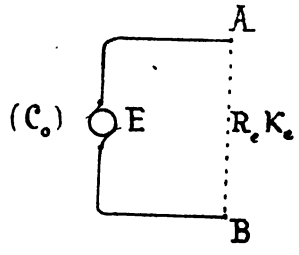
Par la considération du conducteur (R_e' K_e') équivalent à tout ce qui se trouve entre A' et B' on peut substituer au circuit (C') le circuit plus simple (C) [fig. 85] offrant une dérivation de moins que (C').

(fig. 85)



Enfin par la considération du conducteur (R_e K_e) équivalent à tout ce qui se trouve entre A et B on peut substituer au circuit (C) le circuit simple (C_0) ne contenant plus de dérivation (fig. 86).

(fig. 86)



L'étude de (C_0) fera connaître la différence de potentiel V entre A et B et l'intensité I du courant en avant du point A.

Cette différence V étant connue, on pourra dans (C) déterminer la différence de potentiel V' entre A' et B' et l'intensité du courant en A'B' et en avant de A'.

La différence V' étant connue on pourra dans (C') déterminer la différence de potentiel V'' entre A'' et B'' et l'intensité du courant en A''B'' en avant de A'' etc....,

---

Application

Application à la mesure de l'intensité d'un courant alternatif à l'aide de l'Electrodynamomètre de Carpentier

Dans l'électrodynamomètre de Carpentier, la bobine mobile est soutenue par un fil métallique qui fournit par sa torsion l'action antagoniste nécessaire pour maintenir cette bobine dans sa position normale et qui sert en même temps à lui amener le courant. Ce fil est choisi assez fin, puisque c'est de lui que dépend la sensibilité de l'appareil ; il ne peut donc supporter que de faibles courants ; aussi est-il placé en dérivation sur le circuit où est introduite la bobine fixe. Les points de dérivation sont les extrémités de la bobine fixe qui ne sont autres que les bornes de l'appareil.

Soient R_1 et K_1 la résistance et la réactance de la bobine fixe, R_2 et K_2 celles de la bobine mobile ; I_1 et I_2 les intensités des courants dont ces bobines sont le siège

A l'indication de l'instrument correspond un couple C lié aux intensités des courants dans les bobines par la relation :

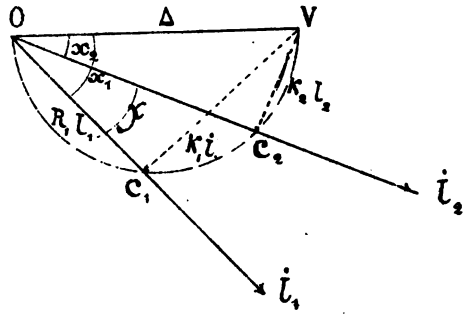
$$C = k\,(I_1\, I_2)_{moy.}$$

Si les courants sont sinusoïdaux, on a, en appelant $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$ leurs amplitudes et χ leur décalage relatif : (1)

$$I_1 I_{2\,moy.} = \frac{C}{k} = \frac{\dot{I}_1 \dot{I}_2}{2} \cos \chi$$

Or considérons (fig. 86) l'épure servant à la détermination des vecteurs représentatifs des courants $\dot{I}_1$ et $\dot{I}_2$

(fig. 86)



On voit que si l'on désigne par $\dot{I}$ l'amplitude du courant résultant de I_1 et de I_2, c'est-à-dire l'amplitude du courant dans le circuit principal on a :

$$\dot{I}^2 = \dot{I}_1^2 + \dot{I}_2^2 + 2\,\dot{I}_1 \dot{I}_2 \cos \chi$$

---

(1) Une formule de ce genre a déjà été indiquée dans la 8e Leçon (page 135).

ou, puisque $2\dot{\iota}_1 \dot{\iota}_2 \cos \chi = 4 \frac{c}{h}$

$$\dot{\iota}^2 = \dot{\iota}_1^2 + \dot{\iota}_2^2 + 4 \frac{c}{h}$$

Nous aurons $\dot{\iota}$ en fonction de $\frac{c}{h}$ si nous savons évaluer $\dot{\iota}_1$ et $\dot{\iota}_2$ en fonction de cette même quantité.

Or on a :

$$\cos. \chi = \cos. (x_1 - x_2) = \cos. x_1 \cos. x_2 + \sin. x_1 \sin. x_2$$

D'ailleurs

$$\cos x_1 = \frac{R_1 \dot{\iota}_1}{\Delta} \qquad \cos. x_2 = \frac{R_2 \dot{\iota}_2}{\Delta}$$

$$\sin x_1 = \frac{K_1 \dot{\iota}_1}{\Delta} \qquad \sin x_2 = \frac{K_2 \dot{\iota}_2}{\Delta}$$

Donc

$$\cos. \chi = \frac{R_1 R_2 + K_1 K_2}{\Delta^2} \dot{\iota}_1 \dot{\iota}_2$$

En remplaçant Δ^2 par l'une ou l'autre des valeurs :

$$\dot{\iota}_1^2 (R_1^2 + K_1^2)$$

$$\dot{\iota}_2^2 (R_2^2 + K_2^2)$$

on trouve :

$$2 \frac{c}{h} = \dot{\iota}_1 \dot{\iota}_2 \cos. \chi = \frac{R_1 R_2 + K_1 K_2}{R_1^2 + K_1^2} \dot{\iota}_2^2$$

$$2\frac{c}{h} = \dot{I}_1 \dot{I}_2 \cos\varphi = \frac{R_1 R_2 + K_1 K_2}{R_2^2 + K_2^2}\, \dot{I}_1^{\,2}$$

Donc,

$$\dot{I}_1^{\,2} = 2\frac{c}{h}\,\frac{R_2^2 + K_2^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}$$

$$\dot{I}_2^{\,2} = 2\frac{c}{h}\,\frac{R_1^2 + K_1^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}$$

par suite, en remplaçant $\dot{I}_1^2$ et $\dot{I}_2^2$ par ces valeurs dans l'expression de $\dot{I}^2$:

$$\dot{I}^2 = 2\frac{c}{h}\left[\frac{R_2^2 + K_2^2 + R_1^2 K_1^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2} + 2\right]$$

et finalement :

$$I^2 = 2\frac{c}{h}\,\frac{(R_1 + R_2)^2 + (K_1 + K_2)^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}$$

$$\frac{\dot{I}^2}{2} = \frac{c}{h}\,\frac{(R_1 + R_2)^2 + (K_1 + K_2)^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}$$

ou

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{c}{h}}\,\sqrt{\frac{(R_1 + R_2)^2 + (K_1 + K_2)^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}}$$

ou enfin :

$$I_{eff} = \frac{R_1 + R_2}{\sqrt{R_1 R_2}} \sqrt{\frac{C}{h}} \cdot \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{K_1 + K_2}{R_1 + R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 K_2}{R_1 R_2}}}$$

Or $\frac{R_1 + R_2}{\sqrt{R_1 R_2}} \sqrt{\frac{C}{h}}$ représente l'intensité I_p du courant permanent qui produirait le même couple que le courant alternatif considéré.[1] Cette intensité I_p est indiquée par l'angle de torsion du fil de suspension de la bobine mobile d'après des expériences de graduation préalables faites avec des courants continus. On a donc

$$I_{eff} = I_p \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{K_1 + K_2}{R_1 + R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 K_2}{R_1 R_2}}}$$

Ce résultat signifie, en langage ordinaire, que <u>pour déterminer avec un électrodynamomètre genre Carpentier l'intensité efficace d'un courant alternatif il faut interpréter la lecture de l'appareil comme s'il s'agissait d'un courant</u>

(1) En effet I_1, I_2 représentant les intensités des dérivations du cour.t permanent I_p dans les bobines on aurait : $C = h I_1 I_2$:

d'ailleurs $I_1 = I_p \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ $I_2 = I_p \frac{R_1}{R_1 + R_2}$; donc $C = h I_p^2 \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}$

d'où $\frac{R_1 + R_2}{\sqrt{R_1 R_2}} \sqrt{\frac{C}{h}} = I_p$

continu et multiplier l'intensité I_p ainsi obtenue par le facteur :

$$\sqrt{\frac{1 + \left(\frac{K_1 + K_2}{R_1 + R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 \; K_2}{R_1 \; R_2}}}$$

Ce facteur doit être calculé dans chaque cas particulier, car, par les réactances K_1 et K_2, il dépend de la fréquence du courant.

Il est égal à 1 lorsque la relation

$$\frac{K_1}{R_1} = \frac{K_2}{R_2} \quad \text{est satisfaite.}$$

Dans les circonstances ordinaires, la valeur de ce facteur ne diffère pas beaucoup de l'unité. Voici, par exemple, les valeurs que lui ont trouvées Messieurs Manenvrier et Sedeboes dans un travail déjà cité :

Constantes des bobines

$R_1 = 0^{ohm},094$	$L_1 = 0,000051$
$R_2 = 1$	$L_2 = 0.000150$

(1) Lumière Electrique : t. XXVII (1888) p. 251 - 266

Valeurs du facteur de correction pour différentes périodes.

T	$\sqrt{\dfrac{1+\left(\dfrac{K_1+K_2}{R_1+R_2}\right)^2}{1+\dfrac{K_1\ K_2}{R_1\ R_2}}}$
0'.030	1,0010
0'.020	1,0024
0'.014	1,0049
0'.010	1,0077.

14e Leçon

Courants alternatifs périodiques non sinussoïdaux

Un circuit parcouru par un courant alternatif périodique étant donné, pour savoir si les formules que nous avons établies jusqu'à présent lui sont applicables, il faut préalablement s'assurer si ce courant suit ou non la loi sinussoïdale.

Comment reconnaître si un courant alternatif suit la loi sinussoïdale ? et, dans le cas de la négative, quelles formules doivent être substituées, dans l'étude de ses actions, aux formules simples relatives aux courants sinussoïdaux ? Telles sont les questions que nous avons maintenant à examiner.

La première question serait évidemment résolue

par toutes les méthodes, telles que celles exposées dans les Leçons 4 et 5, qui permettent de trouver la courbe représentative en fonction du temps de la différence de potentiel aux extrémités d'une résistance non inductive faisant partie du circuit à étudier. C'est ainsi, par exemple, que M. Joubert a pu reconnaître que le courant produit par une machine Siemens, dans un circuit ne contenant pas d'arcs électriques, suivait la loi sinusoïdale.

Mais la détermination expérimentale, point par point, ou par enregistrement continu, de la courbe représentative de l'intensité d'un courant alternatif est une opération difficile, longue et délicate. Fort heureusement, on peut, au moins dans la pratique courante, se dispenser d'y avoir recours et tirer des indications suffisantes de quelques épreuves plus expéditives et plus simples parmi lesquelles nous citerons les suivantes :

1ère Epreuve. — L'épreuve, la plus simple et la plus rapide consiste à déterminer la valeur efficace I_{eff} du courant alternatif en question et sa valeur maxima I_{max}. — Si le courant est sinusoïdal on doit trouver entre ces deux quantités la relation :

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$$

ou

$$\frac{I_{ef}}{I_{max.}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707$$

2e Epreuve. — Si l'on peut disposer de la résistance totale R du circuit qui est le siège du courant à examiner, on donne à cette résistance une série de valeurs différentes en conservant au courant une fréquence invariable, et on détermine pour chaque valeur de R la valeur de l'intensité efficace I_{ef}. Si le courant est sinusoïdal, les résultats de ces expériences doivent pouvoir être représentés par la formule suivante :

$$I_{ef} = \frac{e}{\sqrt{R^2 + a^2}}$$

dans laquelle e et a sont deux paramètres dépendant de la fréquence.

Nous avons vu en effet que si un courant alternatif est sinusoïdal son intensité efficace doit être exprimée en fonction de la force électromotrice efficace, de la résistance et de la réactance du circuit par la relation :

$$I_{ef} = \frac{E_{ef}}{\sqrt{R^2 + K^2}}$$

La vérification de cette formule peut se faire graphiquement de plusieurs manières [1].

Représentons, pour abréger l'écriture, l'intensité efficace et la force électromotrice efficace respectivement par les lettres $\mathcal{J}$ et $\mathcal{E}$. La relation entre $\mathcal{J}$ et $\mathcal{E}$ peut s'écrire :

$$\mathcal{J}^2 = \frac{\mathcal{E}^2}{R^2 + K^2}$$

ou

$$\frac{1}{\mathcal{J}^2} = \frac{1}{\mathcal{E}^2} R^2 + \frac{K^2}{\mathcal{E}^2}$$

Sous cette forme, on voit que si l'on prend comme variables R^2 et $\frac{1}{\mathcal{J}^2}$, ces quantités satisfont à une relation linéaire. Posons en effet :

$$R^2 = x$$

$$\frac{1}{\mathcal{J}^2} = y$$

La relation alors s'écrit :

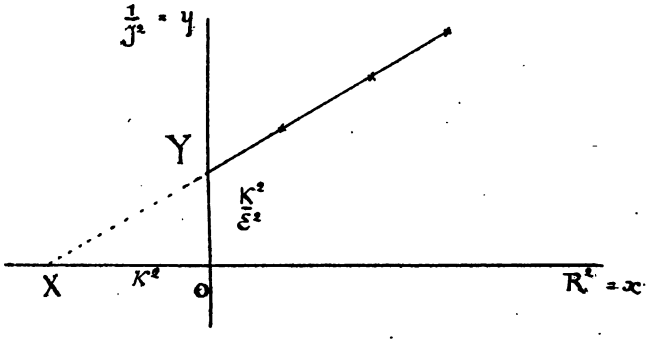
$$y = \frac{1}{\mathcal{E}^2} x + \frac{K^2}{\mathcal{E}^2}$$

La ligne représentative de cette relation est une droite (fig. 87)

---

(1) - Stefan. - Zeitschrift für Electrotechy IV (1886) p. 196. — Lumière Electrique t. XXXV (1890) p. 20.

(fig. 87)



Cette ligne prolongée rencontre l'axe des x en un point X dont l'abscisse est numériquement égale à K^2 en valeur absolue, et l'axe des y en un point Y dont l'ordonnée est numériquement égale à $\frac{K^2}{\mathcal{E}^2}$

En mesurant sur l'épure ces coordonnées X et Y on pourra donc calculer la réactance K du circuit considéré et la force électromotrice efficace $\mathcal{E}$ dont ce circuit est le siège.

La relation entre J et $\mathcal{E}$ peut encore s'écrire :

$$R^2 J^2 + K^2 J^2 = \mathcal{E}^2$$

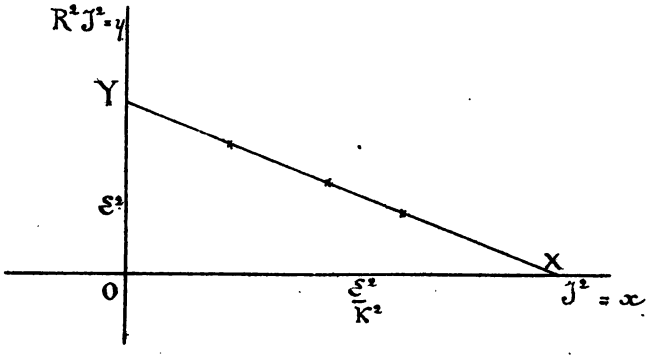
et si l'on prend comme variables

$$J^2 = x$$

$$R^2 J^2 = y$$

on a encore comme ligne représentative une droite (fig. 88)

(fig. 88)



Cette droite part d'un point de l'axe des ordonnées situé à une distance de l'origine égale à $\mathcal{E}^2$, et s'incline vers l'axe des abscisses d'autant plus que la réactance K du circuit est plus grande (son coefficient angulaire est en effet égal a $-K^2$). Le point de rencontre de cette droite avec l'axe des abscisses est à une distance X de l'origine numériquement égale à $\frac{\mathcal{E}^2}{K^2}$.

Si, considérant la relation entre $\underline{J}$ et $\underline{\mathcal{E}}$ sous la forme précédente, on prend comme variables :

$$RJ = x$$

$$KJ = y$$

la ligne représentative est un arc de circonférence. Cette

conséquence est moins facile à vérifier que les précédentes, une circonférence étant moins facile à reconnaître qu'une droite. En outre ce mode de représentation exige la connaissance préalable de K. Pour cette double raison il n'offre qu'un intérêt plutôt théorique que pratique.

Si l'on reconnait qu'un courant alternatif donné n'est pas sinusoïdal, la plupart des formules établies dans les Leçons précédentes lui sont inapplicables. Quelles formules alors y aura-t-il lieu de leur substituer ?

Toute fonction périodique peut, d'après un théorème célèbre de Fourier, être représentée par une somme de sinusoïdes d'amplitudes de périodes et de phases convenablement choisies.

Soit donc I l'intensité d'un courant alternatif non sinusoïdal ; pourvu que cette intensité soit périodique on pourra toujours, en vertu du théorème de Fourier, en concevoir l'expression sous la forme :

$$I = i_1 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - x_1\right) + i_2 \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{2}} 2\pi - x_2\right) + \dots + i_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{3}} 2\pi - x_n\right) \dots\dots$$

ce qui signifie en langage ordinaire que lorsqu'un courant alternatif n'est pas sinusoïdal, s'il est périodique, on peut le considérer comme équivalent à une somme de courants sinusoïdaux de période T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$, ... $\frac{T}{n}$....

T étant la période du courant considéré.

De même si D est une différence de potentiel alternative périodique de période T on peut l'envisager comme une somme de différences sinusoïdales de périodes T, $\frac{T}{2}$, $\frac{T}{3}$ ..... $\frac{T}{n}$, ... d'amplitudes et de phases convenablement choisies, ainsi que l'indique la formule générale :

$$D = \Delta_1 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \delta_1\right) + \Delta_2 \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{2}} 2\pi - \delta_2\right) + \dots + \Delta_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \delta_n\right) \dots$$

De même enfin une force électromotrice alternative périodique E peut être considérée comme une somme de forces électromotrices sinusoïdales :

$$E = e_1 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \eta_1\right) + e_2 \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{2}} 2\pi - \eta_2\right) + \dots + e_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \eta_n\right) \dots\dots$$

L'intensité efficace d'un courant alternatif périodique complexe est liée aux amplitudes de ses différents termes par la relation simple :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2}{2}}$$

On a de même :

$$D_{eff} = \sqrt{\frac{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \dots + \Delta_n^2}{2}}$$

et

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{e_1^2 + e_2^2 + \dots + e_n^2}{2}}$$

Soit

$$(D + E) = U$$

la somme algébrique de la différence de potentiel $V_A - V_B$ entre les extrémités d'une portion de circuit AB et des forces électromotrices données dont cette portion de circuit peut en outre être le siège, ces grandeurs étant périodiques.

Soit

$$\mathfrak{U}_1 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \upsilon_1\right) + \mathfrak{U}_2 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \upsilon_2\right) + \dots + \mathfrak{U}_n \left(\frac{t}{T} 2\pi - \upsilon_n\right) + \dots$$

le développement de U en éléments sinusoïdaux.

A chacune des parties de U, prise à part, correspondrait, dans la portion de circuit considérée, un courant sinusoïdal pouvant être calculé par les formules précédemment établies. Le courant réel est la somme de tous ces courants partiels.

Soient R, L, C la résistance ohmique, le coefficient de self-induction et la capacité de cette portion de circuit. Dans le calcul de chaque courant partiel cette portion de circuit interviendra avec la même résistance R; mais sa réactance sera différente

d'un courant à l'autre. Elle sera :

pour le premier $K_1 = L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}$, avec $\omega_1 = \omega = \frac{2\pi}{T}$

pour le second $K_2 = L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}$, avec $\omega_2 = \frac{2\pi}{\frac{T}{2}} = 2\omega$

. . . . . .

pour le n^e $K_n = L\omega_n - \frac{1}{C\omega_n}$, avec $\omega_n = \frac{2\pi}{\frac{T}{n}} = n\omega$

Par exemple l'expression du n^e courant partiel sera

$$I_n = \frac{U_n}{J_n} \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \eta_n - x_n\right)$$

avec

$$J_n = \sqrt{R^2 + K_n^2}$$

et le courant I dans la portion de circuit considérée sera la somme de toutes les expressions analogues correspondant aux différents termes du développement de U.

Comme application, considérons avec M. Hess [1]

(1) Lumière électrique t. XLVIII (1893) p. 504.

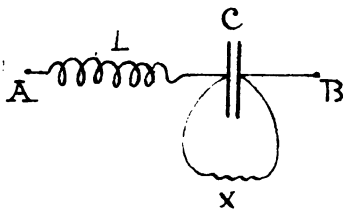
le système de distribution dû à M. Boucherot, que nous avons signalé dans une précédente leçon (1)

Entre deux points A et B reliés par une self-induction L de résistance négligeable suivie d'une capacité C ajustés de façon que l'on ait :

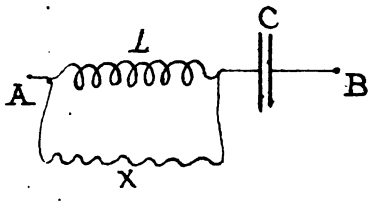
$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

est établie une différence de potentiel périodique de valeur efficace constante. Si cette différence de potentiel est sinusoïdale, l'intensité efficace dans une dérivation X établie soit aux deux bornes de la capacité C (fig. 89), soit aux deux bornes de la self-induction L (fig. 90) est, comme nous l'avons vu, indépendante des appareils qui constituent cette dérivation.

(fig. 89)



(fig. 90)



Mais qu'arrive-t-il lorsque la différence de potentiel

(1) Voir Leçon page

alternative périodique D établie entre A et B n'est pas sinusoïdale ?

Considérons d'abord le premier montage (fig. 89)

La composante :

$$\Delta_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \delta_n\right)$$

de la différence de potentiel D donne dans la dérivation X une intensité qui, pour une résistance négligeable de la bobine de self induction L est

$$I_n = \frac{\Delta_n}{\sqrt{R^2(1-n^2\omega^2 LC)^2 + n^2\omega^2 L^2}} \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \delta'_n\right)$$

Le premier terme de I est :

$$I = \frac{\Delta_1}{\omega L} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \frac{\pi}{2}\right)$$

Il est seul indépendant de R, c'est-à-dire des appareils formant la dérivation X. En toute rigueur, par conséquent, le théorème de M. Boucherot ne s'applique pas dans le cas où la différence de potentiel D n'est pas sinusoïdale. Toutefois il faut observer que le premier terme de I en est la partie dominante. En effet l'amplitude de I_n est à celle de I, pour une valeur un peu grande de R, dans le rapport :

$$\frac{\omega L}{R\,(1-n^2)}\;\frac{\Delta_n}{\Delta_1}$$

qui est pratiquement très petit. En pratique donc la disposition en question est presque aussi efficace avec une différence de potentiel périodique complexe qu'avec une différence sinusoïdale.

Il n'en est pas de même du second montage (fig. 90). Ici on a :

$$I_n = \frac{\Delta_n}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{n^2\omega^2 LC}\right)^2 R^2 + \frac{\omega^2 L^2}{n^2}}}\,\sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}}\,2\pi - \delta'_n\right)$$

et le rapport de I_n à I_1 est :

$$\frac{1}{\sqrt{\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^2 \frac{R^2}{\omega^2 L^2} + \frac{1}{n^2}}}\;\frac{\Delta_n}{\Delta_1}$$

il peut varier de

$$\pm\, n\,\frac{\Delta_n}{\Delta_1} \quad \text{pour } R \text{ petit}$$

à

$$\frac{n^2}{n^2-1}\;\frac{\omega L}{R}\;\frac{\Delta_n}{\Delta_1} \quad \text{pour } R \text{ grand}$$

On voit que les termes dépendant de R peuvent prendre ici une importance notable.

La supériorité du premier montage sur le second existe encore lorsqu'on les utilise en sens inverse, c'est-à-dire pour obtenir entre A et B une différence de potentiel efficace constante en maintenant en X une intensité efficace constante.

Les solutions de tous les problèmes relatifs aux courants alternatifs périodiques quelconques s'obtiendront donc en faisant les sommes des solutions des mêmes problèmes relatifs à des courants sinusoïdaux, savoir les courants correspondant aux différents termes sinusoïdaux du développement des grandeurs périodiques données.

On voit par là pourquoi il était non seulement commode mais indispensable de faire d'une façon approfondie, ainsi que nous l'avons fait, l'étude des courants sinusoïdaux.

Mais étant donnée une grandeur électrique alternative périodique comment connaître les sinusoïdes composantes de l'expression de cette grandeur ? Comment faire ce qu'on appelle l'analyse de cette grandeur périodique ?

Cette analyse peut être faite géométriquement à l'aide de la simple connaissance de la courbe représentative de la grandeur considérée. Divers appareils très ingénieux ont été récemment imaginés pour permettre de résoudre graphiquement ce problème. Mais nous en ferons ici que signaler leur existence car ils ne sont pas encore entrés dans la pratique courante [1]

Proposons nous simplement, étant donné un circuit qui est le siège d'un courant alternatif périodique complexe, de trouver les périodes des sinusoïdes dont l'expression de ce courant peut être envisagée comme la somme.

Une méthode purement expérimentale et très simple a été à cet effet récemment indiquée par M. Lupin [2]

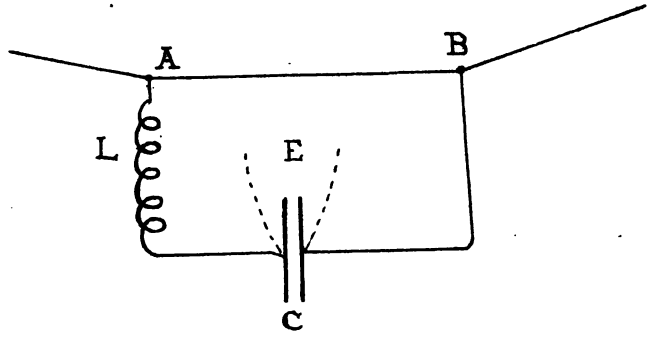
Entre les extrémités A et B d'une portion AB non inductive du circuit à étudier (fig. 91) on établit une dérivation formée d'une bobine de self-induction L et d'un condensateur de capacité C variable à volonté par degrés très petits.

---

(1) P. Boucherot. — L'analyse des courbes périodiques. Lum. Electr. t. XLIX (1893) p. 251-255.

(2) Méthodes d'analyses des courants alternatifs par la résonnance (Lum. électr. t. LIII (1894) p. 228.

(fig. 91)



Soit I l'intensité du courant en AB, A tout terme tel que

$$i_n \sin\left(\frac{t}{T_n} 2\pi - x_n\right)$$

faisant partie de l'expression de I correspond un terme tel que

$$r\, i_n \sin\left(\frac{t}{T_n} 2\pi - x_n\right)$$

dans l'expression de la différence de potentiel D entre les points A et B. En un mot l'expression de D se compose des termes mêmes de celle de I respectivement multipliés par la résistance r du conducteur AB, puisque ce dernier est de self-induction négligeable.

La recherche des termes du développement de I revient

donc à celle des termes du développement de D.

Or D étant aussi la différence de potentiel existant entre les extrémités de la dérivation établie entre A et B, cette dérivation est le siège d'un courant I_d dont les éléments correspondent respectivement aux éléments de D et n'en diffèrent que par l'amplitude et la phase. Ainsi au terme :

$$\tau \dot{I}_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - x_n\right)$$

de l'expression de D correspondra dans l'expression de ce courant dérivé le terme

$$\frac{\tau \dot{I}_n}{J_n} \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - x_n - \chi_n\right)$$

J_n ayant la valeur $\sqrt{R^2 + K_n^2} = \sqrt{R^2 + \left(L\omega_n - \frac{1}{C\omega_n}\right)^2}$

L'expression du courant dérivé est donc de la forme :

$$I_d = \frac{\tau \dot{I}_1}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - x_1 - \chi_1\right) + \dots + \frac{\tau I_n}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_n - \frac{1}{C\omega_n}\right)^2}} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - x_n - \chi_n\right) + \dots$$

Ceci posé, imaginons que l'on fasse croître graduellement la capacité C à partir d'une valeur très petite.

Lorsqu'elle passera par la valeur qui rend K_n égale à 0, c'est-à-dire par la valeur C_n satisfaisant à la relation :

$$L\omega_n - \frac{1}{C_n \omega_n} = 0$$

ou

$$C_n = \frac{1}{L\omega_n^2} = \frac{1}{L n^2 \omega^2}$$

le terme correspondant de I_d passera par un maximum, car son dénominateur J_n sera minimum et égal à R.

Ainsi la présence d'un terme de période $\frac{T}{n}$ dans l'expression du courant à étudier se révélera par l'existence d'un maximum du courant dérivé pour la valeur de C égale à $\frac{1}{n^2 L\omega^2}$

Par conséquent, autant il y aura de termes dans l'expression de I, autant il y aura de maxima pour I_d lorsqu'on fera varier la capacité depuis 0 jusqu'à une valeur suffisamment grande. Donc, inversement pour découvrir les termes existant dans le développement de I il suffira de donner à C des valeurs graduellement croissantes à partir de zéro et de noter celles de ces valeurs qui feront passer le courant dérivé I_d par un

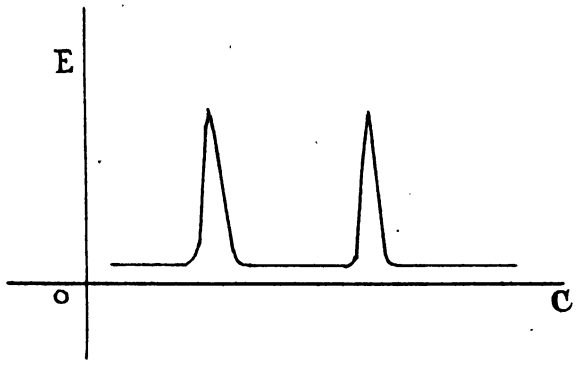
maximum.

Pratiquement il suffira d'employer un condensateur divisé en millièmes de farad.

Pour saisir les maxima du courant I_d M. Pupin faisait usage d'un électromètre très sensible E dont les deux bornes étaient reliées aux armatures du condensateur C.

Si l'on représente graphiquement les observations ne portant en abscisses les valeurs successives de C et en ordonnées les lectures faites à l'électromètre on obtient une courbe offrant une série de pointements très nets (fig. 92)

(fig. 92).



A chaque pointement correspond un terme dans l'expression de I. Pour avoir le nombre n correspondant on appliquera la relation :

$$C_n = \frac{1}{n^2 L \omega^2},$$

d'où :

$$n = \sqrt{\frac{1}{C_n L \omega^2}}$$

La période du terme correspondant sera donc :

$$\frac{T}{n} = T \sqrt{C_n L \omega^2}$$

Au premier terme (période T) correspondra un maximum qui se présentera pour la valeur de C satisfaisant à l'équation :

$$C_1 = \frac{1}{L \omega^2}$$

Cette valeur de C étant connue, le nombre n correspondant à une autre valeur de C donnant lieu aussi à un maximum pourra être calculé par la relation :

$$C_n = \frac{1}{n^2 L \omega^2} = \frac{C_1}{n^2}$$

ou

$$n = \sqrt{\frac{C_1}{C_n}}$$

En toute rigueur, la capacité C qu'il faut introduire dans les formules est la capacité de la dérivation toute entière. Il faudra donc ajouter à la capacité lue sur la boite du condensateur la capacité de la bobine L et de

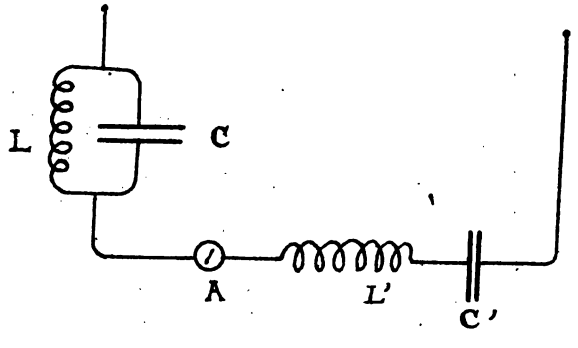
l'électromètre E si elles ne sont pas négligeables.

Si dans un circuit on met en dérivation une self-induction L et une capacité C, la résistance équivalente à cette dérivation est maxima lorsque la capacité C est ajustée de façon à satisfaire à la relation :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

Soit donc, dans un circuit qui est le siège d'une force électromotrice périodique E, une dérivation ainsi établie (fig. 93) de façon que le terme principal de l'intensité du courant soit notablement affaibli.

(fig. 93)



Plaçons en série à la suite de cette dérivation une self-induction L' fixe et une capacité C' variable à volonté.

En faisant varier cette capacité graduellement à partir de zéro et observant en même temps un ampèremètre A intercalé dans le circuit on trouvera certaines valeurs de C' qui rendront l'intensité maxima. Ces maxima révéleront l'existence des différents termes du dévelop-pement de la force électromotrice agissant dans le circuit.

Cette méthode de recherche des termes sinusoïdaux constituant l'expression d'une force électromotrice périodique complexe, inspirée de la même idée que celle de M. Pupin, a été signalée presque en même temps par M. Claude (1)

Rien n'est plus rare qu'un courant exactement sinusoïdal. Presque toutes les machines alternatives produisent des courants dont l'expression est toujours la somme de plusieurs termes sinusoïdaux.

Il est cependant très désirable de pouvoir dans certains cas obtenir des courants exactement sinusoïdaux. Un grand nombre de méthodes de mesures et de dispositions expérimentales ne sont en effet correctes et simples, ainsi qu'on l'a vu, que grâce à

---

(1) Observation au sujet de la méthode précédente. Lum. Elect. t. LIII (1894) p. 292.

l'emploi de tels courants. Tel est le cas, par exemple, de la méthode de mesure des coefficients de self-induction imaginée par M. Joubert et fondée sur l'application de la formule :

$$I_{eff} = \frac{D_{eff}}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}}$$

Un premier moyen d'obtenir des courants pratiquement sinusoïdaux consiste à faire usage d'une machine alternative Siemens telle que celle qu'a étudiée M. Joubert. Tous les observateurs qui ont étudié cette machine sont d'accord pour regarder sa force électromotrice comme exactement sinusoïdale.

Mais comment faire lorsqu'on n'a pas à sa disposition une telle machine ? Est-il possible d'obtenir un courant sensiblement sinusoïdal avec un appareil producteur d'une force électromotrice alternative plus ou moins complexe ? Cette question d'apparence quelque peu paradoxale a été très ingénieusement résolue par M. Hess.[1]

Soit un circuit dans lequel agit une force électro-

---

(1) Elimination des harmoniques supérieures dans les courants périodiques et production de courants parfaitement sinusoïdaux.

Lum. Elect. t. XLVIII (1893) p. 501.

-trice périodique de période T. Cette force électromotrice peut-être exprimée par une somme de termes tels que :

$$\mathcal{E}_n \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \eta_n\right)$$

dont le premier est :

$$\mathcal{E}_1 \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \eta_1\right)$$

Si le circuit (de résistance R) présente en série une self-induction L et une capacité C, le courant est représenté par une somme de termes tels que :

$$\frac{\mathcal{E}_n}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_n - \frac{1}{C\omega_n}\right)^2}} \sin\left(\frac{t}{\frac{T}{n}} 2\pi - \eta_n - \chi_n\right)$$

dont le premier est :

$$\frac{\mathcal{E}_1}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \eta_1 - \chi_1\right)$$

Ajustons L et C de façon que l'on ait :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

Le premier terme du courant sera alors :

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{R} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \eta_1\right)$$

tandis que le terme I_n sera, en tenant compte de la relation $\omega_n = n\omega$,

$$I_n = \frac{\mathcal{E}_n}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2\left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} \sin\left(\frac{t}{T} 2\pi - \varphi_n - \mathcal{N}_n\right)$$

Le rapport de l'amplitude de I_n à celle de I_1 est alors :

$$\frac{I_n}{I_1} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2\left(n - \frac{1}{n}\right)^2}} \cdot \frac{\mathcal{E}_n}{\mathcal{E}_1}$$

tandis que si L et C n'existaient pas ce rapport serait :

$$\frac{i_n}{i_1} = \frac{\mathcal{E}_n}{\mathcal{E}_1}$$

Grâce à la self-induction L et à la capacité C introduites et choisies, comme il a été dit tout à l'heure, le rapport de l'amplitude du terme I_n à celle du terme I_1 est affaibli dans le rapport marqué par :

$$\frac{n R}{L\omega\,(n^2 - 1)}$$

si R est petit relativement à $L\omega$. Cet affaiblissement sera d'autant plus grand que la self-induction L

sera plus grande. (1)

On peut donc, par cet artifice, atténuer autant qu'on veut les termes supérieurs de l'expression de I et rendre pratiquement seul notable le premier terme, ce qui équivaudra à la production d'un courant très sensiblement sinusoïdal.

---

(1) Par exemple pour $L = 2$ $R = 10$ les amplitudes des termes $2, 3, \ldots n$ de l'expression du courant, seraient réduites respectivement à $\frac{1}{150}$, $\frac{1}{267}$, ... $\frac{1}{100} \cdot \frac{n}{n^2-1}$, de leurs valeurs primitives.

15e Leçon

Puissance mise en jeu dans une portion de circuit parcourue par un courant alternatif

Soit AB une portion de circuit parcourue par un courant alternatif.

Pendant le laps de temps infiniment petit dt qui s'écoule d'un instant t à un instant infiniment voisin $t + dt$ nous pouvons raisonner sur cette portion de circuit, au moins à certains points de vue, exactement comme si elle était le siège d'un courant permanent d'intensité égale à l'intensité I qui correspond à l'instant t. Nous pouvons, en particulier, la considérer comme mettant en jeu pendant ce laps de temps une quantité d'énergie électrique exprimée par :

$$(V_A - V_B)\, dq$$

dq étant la quantité d'électricité transportée pendant le temps dt considéré, V_A et V_B étant respectivement les valeurs à l'instant t du potentiel aux extrémités A et B de la portion de circuit considérée.

Cette portion de circuit se comporte comme un récepteur d'énergie électrique si pendant le laps de temps dt considéré le potentiel est plus élevé au point d'entrée du courant qu'au point de sortie ; elle se comporte, au contraire, comme un générateur dans le cas inverse.

Lorsqu'il n'y a pas concordance de phase entre la différence de potentiel $V_A - V_B$ et le courant, une même portion de circuit passe à tour de rôle dans le cours d'une période par l'état de récepteur et par l'état de générateur, et elle doit être envisagée comme appartenant en définitive à l'une ou à l'autre de ces deux catégories d'appareils suivant le sens de la différence entre la somme d'énergie mise en jeu aux instants où elle fonctionne d'une façon et la somme d'énergie mise en jeu aux instants où elle fonctionne en sens contraire.

L'excès de l'une des sommes d'énergie sur l'autre sera donné par la somme algébrique des quantités d'énergie correspondant à tous les intervalles de temps infiniment petits dt dans lesquels on peut

décomposer la durée T d'une période, si l'on convient d'affecter du signe + les quantités d'énergie mises en jeu d'une façon et du signe — les quantités d'énergie mises en jeu de l'autre.

Pour que l'expression :

$$(V_A - V_B)\, dq$$

représente en grandeur et en signe la quantité d'énergie à laquelle elle se rapporte, il faut attribuer à dq un signe convenable, ce qui, puisqu'on a :

$$dq = I\, dt$$

revient à attribuer un signe convenable à l'intensité I du courant.

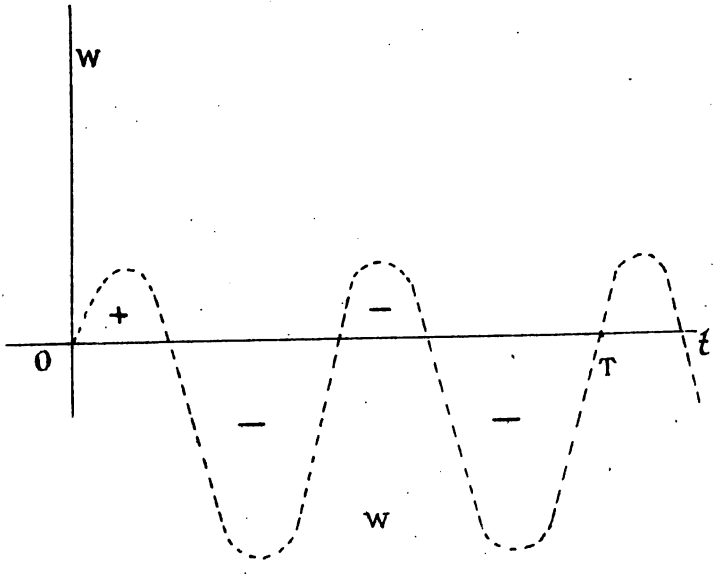
Convenons, par exemple, de regarder comme positives les quantités d'énergie mises en jeu lorsque la portion de circuit considérée fonctionne comme récepteur; nous devrons alors regarder l'intensité I comme positive lorsque le courant en AB sera dirigé de A en B et comme négative dans le cas contraire.

Sous la dénomination de quantité d'énergie électrique mise en jeu par un courant alternatif dans une portion de circuit AB durant une période nous entendrons désormais la somme algébrique :

$$\int_0^T (V_A - V_B)\ I\ dt$$

Soit W (fig. 95) la courbe obtenue en portant en abscisses des longueurs numériquement égales aux temps et en ordonnées, d'un coté ou de l'autre de l'axe des temps, suivant leur signe, des longueurs numériquement égales aux diverses valeurs du produit $(V_A - V_B)\ I$

(fig. 95)



Cette courbe, lorsque celles qui représentent $(V_A - V_B)$ et I sont périodiques, est aussi périodique.

La quantité

$$\int_0^T (V_A - V_B)\ I\ dt$$

est représentée géométriquement par la somme algébrique des aires comprises entre l'axe des temps et la partie de la courbe répondant à une période, une aire étant comptée positivement lorsque les ordonnées qu'elle renferme sont positives et négativement dans le cas contraire.

Si l'on divise par la durée T d'une période la quantité d'énergie mise en jeu durant cette période, le quotient :

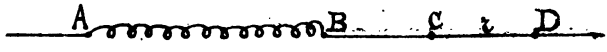
$$(W)_{moy.} = \frac{1}{T}\int_0^T (V_A - V_B)\, I\, dt$$

représente ce qu'on appelle la <u>puissance</u> <u>électrique</u> <u>moyenne</u> consommée ou produite par la portion de circuit considérée. Cette grandeur est représentée géométriquement par l'ordonnée moyenne de la courbe précédente.

Comment, étant donnée une portion de circuit AB parcourue par un courant alternatif périodique, peut-on déterminer expérimentalement la quantité W que nous venons de définir, telle est la question qui va faire l'objet de cette dernière Leçon.

I. — Méthode du wattmètre électrostatique (Curie & Blondlot)[1]

(fig. 96)



(1) Sur un électromètre rotatique pouvant servir comme wattmètre. Soc. de Phys. Séance du 7 Déc. 1888.

Soient A, B les extrémités de la position de circuit à étudier et C, D deux autres points du circuit choisis de façon qu'ils comprennent entr'eux une résistance r non inductive.

Mettons les points A, B en relation avec les demi-cercles mobiles d'un électromètre Curie et Blondlot, et les points C, D en relation avec les demi cercles fixes. La dérivation δ de l'appareil sera proportionnelle à la valeur moyenne du produit des différences de potentiel $(V_A - V_B)$ $(V_C - V_D)$. On aura donc :

$$\left[(V_A - V_B)(V_C - V_D) \right]_{moy.} = k\,\delta$$

k étant un coefficient déterminé par une étude préalable de l'appareil faite avec des différences de potentiel connues.

Or la différence $(V_C - V_D)$ est à chaque instant proportionnelle à l'intensité I du courant, le coefficient de proportionnalité étant la résistance r du conducteur CD. On a donc :

$$\left[(V_A - V_B)\, r I \right]_{moy.} = k\,\delta$$

ou, puisque r est une constante :

$$r \left[(V_A - V_B)\, I \right]_{moy.} = k\,\delta$$

Mais $\left[(V_A - V_B) I \right]_{moy.}$ n'est autre que la puissance $(W)_{moy.}$ cherchée. Cette dernière sera donc donnée en définitive par la formule :

$$(W)_{moy.} = \frac{h}{r} \delta .$$

II. — Méthode de l'électromètre à quadrants [1]
(Potier)

Soient encore A, B (fig. précédente) les extrémités de la portion de circuit à étudier et C, D deux autres points du circuit choisis de façon qu'ils comprennent entre eux une résistance r non inductive.

Mettons les points C, D en relation avec les quadrants d'un électromètre à quadrants et relions l'aiguille au point A. Nous observerons une déviation δ satisfaisant à la relation :

$$\left[(V_C - V_D)\left(V_A - \frac{V_C + V_D}{2}\right) \right]_{moy.} = h\alpha$$

Laissant les quadrants en relation avec les points C et D mettons ensuite l'aiguille en communication avec le point B, nous observerons une déviation β satisfaisant à la

---

[1] Journal de Phys. t. X, (1881) p. 445.

relation :

$$\left[(V_C - V_D)\left(V_B - \frac{V_C + V_D}{2}\right) \right]_{moy} = h\beta$$

Retranchons cette relation de la précédente, nous aurons :

$$\left[(V_A - V_B)(V_C - V_D) \right]_{moy} = h(\alpha - \beta)$$

D'où, comme tout à l'heure :

$$\left[(V_A - V_B)\, \tau I \right]_{moy} = h(\alpha - \beta)$$

et enfin :

$$(W)_{moy} = \frac{h}{\tau}(\alpha - \beta)$$

La formule :

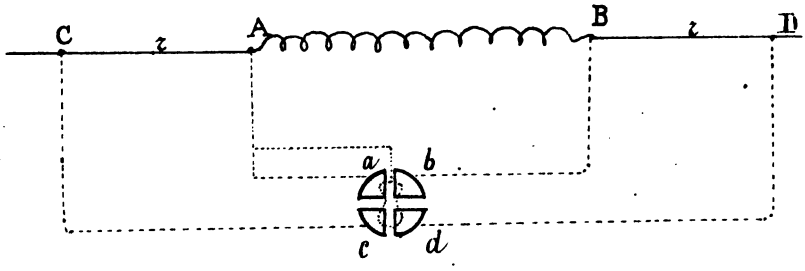
$$(V_1 - V_2)\left[V - \frac{V_1 + V_2}{2}\right] = h\delta$$

reliant les potentiels mis en jeu dans l'électromètre à quadrants à la déviation δ de l'aiguille n'est qu'approximative, et valable seulement pour des valeurs médiocres de la différence de potentiel $V_1 - V_2$ établie entre les quadrants. L'application de la méthode de M. Potier pour la mesure de $(W)_{moy}$ est donc soumise à la même restriction

que l'application de la formule sur laquelle elle se repose. Le wattmètre électrostatique de MM. Curie et Blondlot a sur l'électromètre à quadrants, l'avantage de n'être soumis à aucune restriction de ce genre. D'ailleurs il fournit la puissance cherchée, à l'aide d'une seule lecture.

On peut aussi, avec l'électromètre à quadrants, n'avoir à faire qu'une seule lecture si, comme l'a indiqué M. Swinburne on réalise le montage représenté par la fig. suivante.

(fig. 96)



Cette disposition consiste à relier le premier quadrant a à l'électromètre au point A, le second quadrant b au point B, le troisième quadrant c au point C du circuit séparé de A par une résistance non inductive r et enfin le quatrième quadrant d à un point D du circuit séparé

de B par une résistance non-inductive égale aussi à r, l'aiguille étant d'ailleurs reliée au point A.

Soient, à un instant donné, α l'excès du potentiel de A et β l'excès du potentiel de B sur celui de C. L'excès de potentiel de D sur C sera $\beta + \alpha$ car D étant séparé de B par la même résistance r que A de c, il y a de B à D une différence de potentiel α comme de C à A. Cela étant le couple dû à l'action du quadrant a sur l'aiguille est nul (puisque l'aiguille est au même potentiel que a).

Le couple dû à l'action du quadrant b est proportionnel à $+(\beta - \alpha)^2$; le couple dû à d est proportionnel à $-(\beta + \alpha - \alpha)^2 = -\beta^2$; enfin le couple dû à c est proportionnel à $+\alpha^2$. Le couple total est donc proportionnel à

$$(\beta - \alpha)^2 - \beta^2 + \alpha^2$$

ou à

$$2\alpha(\alpha - \beta)$$

Mais

$$\alpha = rI$$

$$\alpha - \beta = V_A - V_B$$

Donc le couple en question est proportionnel à :

$$I(V_A - V_B)$$

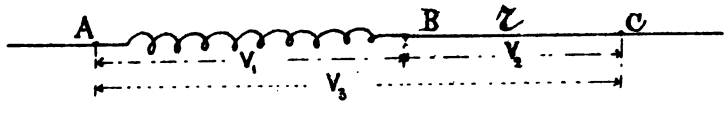
La déviation de l'aiguille est donc proportionnelle a :

$$(W)_{moy}.$$

III _ _ Méthode des trois voltmètres
(Ayrton & Sumpner)[1]

Considérons (fig. 97) en même temps que la portion de circuit à étudier AB, une autre portion de circuit BC consistant en une résistance non inductive r venant immédiatement après AB.

(fig. 97)



---

(1) Sur la mesure de l'énergie d'un courant électrique.
Mémoire présenté à la Soc. de Phys. de Londres le 9 avril 1891.
Lumière Electrique t. XL (1891) p. 189.

Soient, à un instant t,

V_1 la différence de potentiel entre A et B.

V_2 la différence - d° - B et C.

V_3 la différence - d° - A et C.

La valeur du courant à cet instant est :

$$I = \frac{V_2}{r} \quad ;$$

et la puissance mise en jeu en AB à ce même instant est :

$$W = V_1 I = \frac{V_1 V_2}{r}$$

Or, on a évidemment, puisque les conducteurs AB, BC sont contigus :

$$V_3 = V_1 + V_2$$

d'où

$$V_3^2 = V_1^2 + 2 V_1 V_2 + V_2^2$$

et par suite

$$V_1 V_2 = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2}$$

On a donc à l'instant t

$$W = \frac{V_3^2 - V_1^2 - V_2^2}{2 r}$$

d'où :

$$(W)_{moy} = \frac{(V_3^2)_{moy} - (V_1^2)_{moy} - (V_2^2)_{moy}}{2r}$$

Or $(V_3^2)_{moy}$, $(V_1^2)_{moy}$, $(V_2^2)_{moy}$ ne sont pas autre chose que les carrés des valeurs efficaces des différences de potentiel entre A et B, B et C, A et C, telles qu'elles peuvent être obtenues à l'aide d'un voltmètre du second degré. On aura donc $(W)_{moy}$ en effectuant sur ces trois différences de potentiel efficaces les opérations indiquées par la formule suivante :

$$(W)_{moy} = \frac{(D_3 eff)^2 - (D_1 eff)^2 - (D_2 eff)^2}{2r}$$

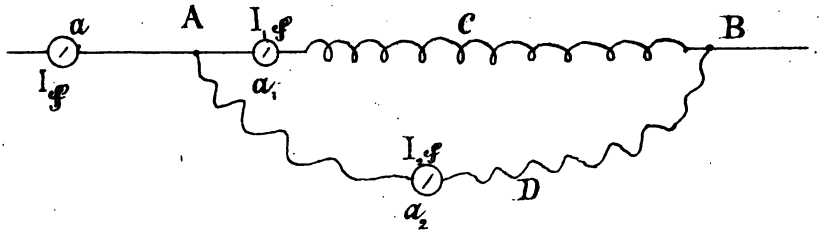
Si la résistance r est incertaine ou variable par suite du passage du courant on intercale dans le circuit un ampèremètre donnant I_{eff}. On a alors $r = \frac{V_2}{I_{eff}}$. Il sera toujours plus sur d'opérer ainsi que de se servir de la valeur de r déterminée préalablement. On pourra en opérant de cette façon prendre pour conducteur BC une ou plusieurs lampes à incandescence.

En discutant les conditions de précision de cette méthode, on trouve que la disposition la meilleure consiste à choisir la grandeur r de la résistance sans induction de façon que les différences de potentiel efficaces $(D_2 eff)$ et $(D_1 eff)$ soient égales entre elles.

IV. — Méthode des trois ampèremètres

(Fléming 1891)

(fig. 98)



Soit ACB la portion de circuit à étudier et ADB une dérivation non inductive de résistance R_2 établie entre ses extrémités A et B.

Soient I, I_1, I_2, les valeurs que présentent à un instant donné les intensités de courant dans le circuit principal et dans les branches ACB, ADB de la dérivation. Soit V au même instant la différence de potentiel entre les points A et B.

La puissance moyenne mise en jeu en ACB est :

$$(W)_{moy.} = (VI_1)_{moy.}$$

or, puisque la dérivation ADB est sans self-induction, on a :

$$V = R_2 I_2$$

Donc

$$(W)_{moy} = R_2 (I_1 I_2)_{moy}$$

Mais de la relation

$$I = I_1 + I_2$$

on tire :

$$I^2 = I_1^2 + 2 I_1 I_2 + I_2^2$$

et

$$I_1 I_2 = \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2}$$

Par conséquent on aura $(W)_{moy.}$ par la formule :

$$(W)_{moy.} = \frac{R_2}{2} (I_{eff}^2 - I_{1\,eff}^2 - I_{2\,eff}^2$$

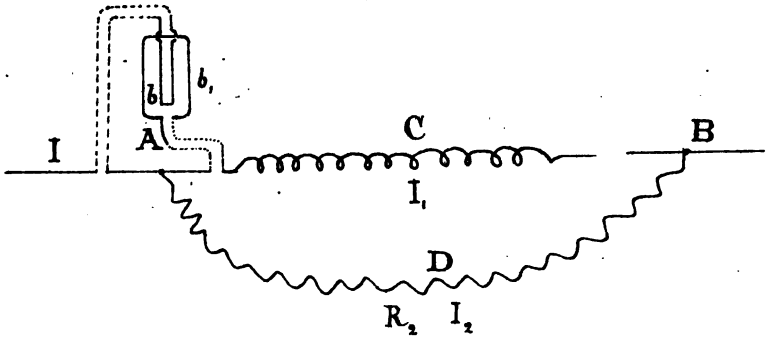
c'est-à-dire au moyen des intensités efficaces données par trois ampèremètres a, a_1, a_2 placés respectivement sur le circuit principal et sur les deux branches de la dérivation.

V. — Méthode des électrodynamomètres

(Blakesley. 1891)

Soit entre les deux extrémités A et B de la portion de circuit à étudier une dérivation ADB de résistance R_2 sans self-induction. (Aj. 98)

(fig. 99)



Soient à un instant donné I, I_1, I_2 les intensités de courant dans le conducteur principal et dans les deux branches ACB et ADB de la bifurcation. Si V désigne au même instant la différence de potentiel entre A et B on a :

$$(W)_{moy} = R_2 (I_2 I_1)_{moy}$$

Mais de

$$I = I_1 + I_2$$

on tire :

$$I_2 = I - I_1 \; ;$$

par suite :

$$(W)_{moy} = R_2 I_1 (I - I_1)_{moy}$$

ou

$$(W)_{moy.} = R_2 [I . I_{1 moy} - I^2_{1 moy.}]$$

Le premier terme du facteur de R_2 dans cette expression peut-être obtenue à l'aide d'un électrodynamomètre dont l'une des bobines b sera insérée sur le conducteur principal et parcourue par le courant I, pendant que l'autre b, sera insérée sur la branche ACB et parcourue par le courant I_1.

Quant au second terme il sera donné par un deuxième électrodynamomètre dont les bobines seront placées en série sur la branche ACB et seront toutes deux par conséquent parcourues par le courant I_2.

VI. — Méthode calorimétrique

Lorsque l'énergie électrique consommée par une portion de circuit AB se dissipe toute entière à l'état d'énergie calorifique, on peut la déterminer en introduisant cette portion de circuit dans un calorimètre.

Soit Q la quantité de chaleur recueillie. Si J est l'équivalent mécanique de l'unité de chaleur, l'energie électrique sera exprimée par :

$$J Q$$

et si t désigne la durée de l'expérience, on aura :

$$(W)_{moy} = \frac{JQ}{t}$$

Si la puissance mise en jeu dans une portion de circuit ne prend qu'en partie la forme calorifique, une détermination calorimétrique faite comme il vient d'être dit permettra de connaître cette partie calorifique, et, en la retranchant de la puissance totale mesurée par l'une des méthodes précédentes, on aura l'autre partie.

VII — *Méthode du Wattmètre électrodynamique*

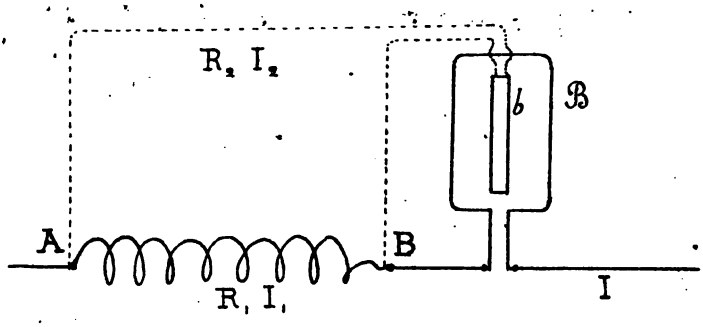
(Marcel - Deprez)

Toutes les méthodes que nous venons de passer en revue sont applicables quelle que soit la loi de variation du courant alternatif à étudier. Il n'en est pas de même de la méthode dite du *Wattmètre électrodynamique* laquelle n'est rigoureusement applicable qu'aux courants sinusoïdaux.

On sait que la puissance mise en jeu dans un appareil AB parcouru par un courant continu peut se déduire de l'observation d'un électrodynamomètre formé d'une bobine fixe à gros fil B et d'une bobine mobile à fil fin b, la première étant intercalée dans le circuit

dont fait partie l'appareil AB et la seconde étant mise en dérivation aux bornes de l'appareil AB (fig. 100)

(fig. 100)



En effet, soient I_1 et I_2 respectivement les intensités des courants dans la portion de circuit AB et dans la bobine b. La chute de potentiel de A en B si R_2 désigne la résistance de la dérivation b établie entre ces points est :

$$V = R_2 I_2 \quad ;$$

par suite la puissance mise en jeu en AB est :

$$W_c = VI_1 = R_2 I_2 I_1$$

Or si I désigne l'intensité du courant dans la bobine fixe B, le couple électrodynamique qui agit sur la bobine

mobile est exprimée par :

$$C = k\, I_2\, I$$

D'ailleurs, on a, en désignant par R_1 la résistance de AB :

$$I = I_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

Donc

$$C = k\, I_2\, I_1 \frac{R_1 + R_2}{R_2}$$

D'où, en tirant de là la valeur de $I_2\, I_1$:

$$W_c = R_2 I_2 I_1 = \frac{C}{k} \quad \frac{R_2^2}{R_1 + R_2}$$

ou encore en exprimant C à l'aide de l'angle de torsion antagoniste θ :

$$W_c = \frac{a\,\theta}{k} \quad \frac{R_2^2}{R_1 + R_2}$$

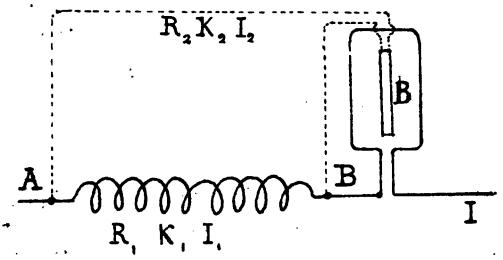
A chaque valeur particulière de W_c correspond donc une valeur particulière de θ, et de l'observation de cette dernière on pourra déduire la première si l'on a préalablement, par une mesure directe de W_c, déterminé la quantité $\frac{a}{k} \frac{R_2^2}{R_1 + R_2}$

L'électrodynamomètre ainsi employé porte le nom de <u>wattmètre</u>.

Lorsqu'on a affaire à des courants sinusoïdaux on peut faire jouer à l'électrodynamomètre un rôle analogue.

Soit AB (fig. 101) une portion de circuit parcourue par un courant alternatif sinusoïdal. Supposons la bobine fixe (à gros fil) du wattmètre introduite dans le circuit principal et la bobine mobile (à fil fin) mise en dérivation entre les points A et B.

(fig. 101)



Appelons I l'intensité dans le circuit principal, désignons par R_1, K_1, la résistance et la réactance en AB par I_1 l'intensité ; par R_2, K_2, I_2 la résistance, la réactance et l'intensité en b.

La puissance moyenne mise en jeu en AB sera

représentée par :

$$(W)_{moy} = (VI_1)_{moy}$$

en désignant par V la différence de potentiel entre A et B.

Or on a, si les quantités variables considérées sont sinusoïdales :

$$(VI_1)_{moy} = \frac{\Delta i_1}{2} \cos x_1$$

Δ désignant l'amplitude de V, i_1 celle de I_1 et x_1 l'angle que font entre eux les vecteurs Δ et I_1.

D'ailleurs

$$R_1 i_1 = \Delta \cos x_1 \text{ (1)}$$

Donc

$$(W)_{moy} = \frac{R_1 I_1^2}{2}$$

Il s'agit de voir quelle relation existe entre cette expression et celle du couple électrodynamique agissant sur la bobine mobile.

L'expression du couple est :

---

(1) A condition qu'il n'y ait pas en AB d'autres forces électromotrices que celle de self-induction ; sans cela (voir Leçons précédentes) $R_1 i_1$ s'exprimait non en fonction de l'amplitude Δ de la différence de potentiel entre A et B mais en fonction de l'amplitude de la résultante de la différence de potentiel et des forces électromotrices. C'est donc sous cette réserve que les formules suivantes seront applicables.

$$C = h\,(I I_2)_{moy}$$

ou

$$C = h\,\frac{i\,i_2}{2}\cos(x - x_2)$$

i et i_2 étant les amplitudes des courants considérés, et x et x_2 désignant les angles que font avec le vecteur Δ les vecteurs représentatifs de i et de i_2.

Les relations :

$$i_1 = \frac{\Delta}{R_1}\cos x_1$$

$$i_2 = \frac{\Delta}{R_2}\cos x_2$$

$$i = \frac{\Delta}{R_e}\cos x$$

(R_e désignant la résistance équivalente au faisceau des conducteurs en dérivation AB et $\underline{b}$), permettent d'exprimer i et i_2 et par suite C en fonction de i_1. On trouve ainsi :

$$C = h\,\frac{i_1^2\,R_1^2}{2\,R_2\,R_e}\,\frac{\cos x\,\cos x_2}{\cos^2 x_1}\,\cos(x - x_2)$$

D'où

$$(W)_{moy.} = \frac{R_1\,i_1^2}{2} = \frac{C}{h}\,\frac{R_2\,R_e}{R_1}\,\frac{\cos^2 x_1}{\cos x\,\cos x_2\,\cos(x - x_2)}$$

On peut d'ailleurs calculer les cos. qui figurent dans cette expression à l'aide des relations :

$$tg\, x_1 = \frac{K_1}{R_1}$$

$$tg\, x_2 = \frac{K_2}{R_2}$$

$$tg\, x = \frac{K_e}{R_e}$$

On trouve ainsi, tous calculs faits :

$$(W)_{moy.} = \frac{C}{h} R_1 \frac{R_2^2 + K_2^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2 + R_1^2 + K_1^2}$$

ou

$$(W)_{moy.} = \frac{a\theta}{h} \frac{R_2^2 \left(1 + \left(\frac{K_2}{R_2}\right)^2\right)}{(R_1 + R_2)\left(1 + \frac{K_1 (K_1 + K_2)}{R_1 (R_1 + R_2)}\right)}$$

On remarquera que cette valeur ne diffère de celle qui, en courant continu, correspondrait au même couple, que par le facteur :

$$\frac{1 + \left(\frac{K_2}{R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 (K_1 + K_2)}{R_1 (R_1 + R_2)}}$$

d'où la règle suivante :

<u>Pour appliquer le wattmètre électrodynamique à la</u>

mesure de la puissance moyenne mise en jeu dans une portion de circuit parcourue par un courant alternatif sinusoïdal, il faut établir les mêmes connexions que s'il s'agissait d'un courant continu et multiplier par le facteur indiqué ci-dessus la valeur de la puissance qui en courant continu correspondrait à l'angle de torsion observé.

Le facteur en question serait égal à 1 si l'on avait :

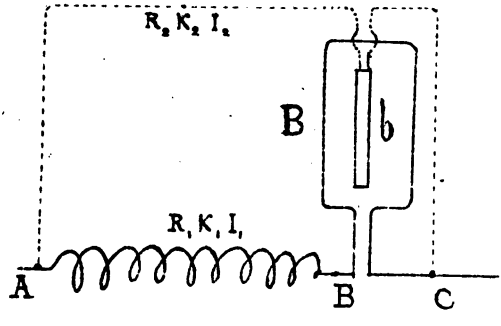
$$\left(\frac{K_2}{R_2}\right)^2 = \frac{K_1}{R_1} \cdot \frac{K_1 + K_2}{R_1 + R_2}$$

relation équivalente à la condition simple :

$$\frac{K_1}{R_1} = \frac{K_2}{R_2}$$

Si le montage était fait comme l'indique la fig. suivante :

(fig. 102)



La puissance mesurée serait la somme de la puissance cherchée

relative à AB, et de la puissance dépensée dans la bobine du wattmètre, ce qui n'a pas d'inconvénient lorsque cette dernière est faible vis à vis de la puissance totale mesurée.

La bobine fixe du wattmètre faisant partie de la portion de circuit aux extrémités de laquelle se trouve en dérivation la bobine mobile, les calculs relatifs à ce cas sont un peu plus simples que ceux du cas précédent.

La puissance moyenne mise en jeu en AC est représentée par :

$$(W)_{moy.} = (VI_1)_{moy.}$$

V désignant la différence de potentiel entre A et C. Or si Δ est l'amplitude de cette différence de potentiel et si x_1 désigne le décalage du courant I_1 par rapport à elle, on a :

$$(VI_1)_{moy.} = \frac{\Delta i_1}{2} \cos x_1$$

D'ailleurs, s'il n'existe entre A et C aucune force électromotrice autre que celles de self-induction on a :

$$R_1 i_1 = \Delta \cos x_1$$

d'où :

$$(W)_{moy.} = \frac{R_1 i_1^2}{2}$$

L'expression du couple agissant sur la bobine mobile est :

$$C = h\,(I_1\, I_2)_{moy}$$

ou

$$C = h\,\frac{i_1\, i_2}{2}\cos.(x_1 - x_2)$$

x_1 et x_2 désignant les angles que font avec le vecteur Δ les vecteurs représentatifs de i_1 et de i_2.

La relation :

$$i_1\sqrt{R_1^2 + K_1^2} = i_2\sqrt{R_2^2 + K_2^2}$$

permet d'exprimer i_2 en fonction de i_1. En calculant d'autre part $\cos(x_1 - x_2)$ à l'aide des valeurs de $tg\, x_1 = \frac{K_1}{R_1}$ et de $tg\, x_2 = \frac{K_2}{R_2}$, on trouve finalement

$$C = h\,\frac{i_1^2}{2}\,\frac{R_1 R_2 + K_1 K_2}{R_2^2 + K_2^2}$$

Donc

$$(W)_{moy} = \frac{R_1\, i_1^2}{2} = \frac{C}{h}\; R_1\,\frac{R_2^2 + K_2^2}{R_1 R_2 + K_1 K_2}$$

ou

$$(W)_{moy} = \frac{C}{h}\; R_2\,\frac{1 + \left(\frac{K_2}{R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 K_2}{R_1 R_2}}$$

Avec le même montage, pour un courant continu qui donnerait lieu au même couple C, on aurait :

$$W_c = \frac{C}{k} R_2$$

On voit que la valeur trouvée dans le cas d'un courant alternatif ne diffère de celle qui en courant continu correspondrait au même angle de torsion, que par le facteur:

$$\frac{1 + \left(\frac{K_2}{R_2}\right)^2}{1 + \frac{K_1 K_2}{R_1 R_2}}$$

Ce facteur serait égal à 1 si l'on avait :

$$\frac{K_1}{R_1} = \frac{K_2}{R_2}.$$

Dans les circonstances ordinaires il ne diffère pas beaucoup de l'unité.

Remarques sur l'expression de la puissance moyenne mise en jeu dans une portion de circuit dans quelques cas particuliers.

—

Soient I l'expression de l'intensité du courant dans une portion de circuit, et V celle de la différence de potentiel entre ses extrémités. On a d'une façon générale :

$$(W)_{moy.} = (V.I)_{moy}$$

Supposons qu'il s'agisse d'une intensité de courant

et d'une différence de potentiel sinusoïdales. Alors si $\dot{I}$ et Δ désignent respectivement leurs valeurs maxima et x l'angle correspondant à leur différence de phase on a :

$$(VI)_{moy} = \frac{\Delta \dot{I}}{2} \cos x ,$$

et par suite :

$$(W)_{moy} = \frac{\Delta \dot{I}}{2} \cos x ,$$

ou

$$(W)_{moy} = D_{eff} \, I_{eff} \cos x .$$

Ainsi lorsqu'une portion de circuit est parcourue par un courant alternatif sinusoïdal, pour avoir l'énergie moyenne mise en jeu, il ne suffit pas de faire le produit des indications d'un voltmètre mis en dérivation à ses extrémités et d'un ampèremètre intercalé dans cette portion de circuit, il faut en outre multiplier ce produit par le cosinus de l'angle qui définit le <u>décalage</u> du courant par rapport à la différence de potentiel.

D'après cela, l'énergie moyenne en question est d'autant plus faible que le décalage est plus voisin d'un quart de période, car pour $x = \frac{\pi}{2}$ on a $\cos x = 0$. Ce cas extrême est très sensiblement réalisé pour une bobine présentant une faible résistance et un coefficient de self-induction notable. Une pareille bobine dite bobine de réactance introduite dans

un circuit permettra donc, grâce à sa réactance, de modifier l'intensité d'un courant alternatif sinusoïdal sans être le siège d'une consommation sensible d'énergie.

Dans le cas particulier où une portion de circuit parcourue par un courant alternatif sinusoïdal ne renferme aucune force électromotrice autre que celle de self-induction il y a entre le maximum Δ de la différence de potentiel que présentent ses extrémités et le maximum $\dot{\imath}$ de l'intensité du courant la relation simple :

$$\dot{\imath} = \frac{\Delta}{J}$$

J désignant l'impédance. D'ailleurs on a aussi alors :

$$\cos. x = \frac{R}{J} \quad ;$$

par suite :

$$(W)_{moy} = \frac{\Delta \dot{\imath}}{2} \cos x = \frac{1}{2} \frac{\Delta^2 R}{J^2} = \frac{1}{2} R \dot{\imath}^2 = R I_{eff}^2$$

Ainsi l'énergie dépensée par l'effet d'un courant sinusoïdal dans une portion de circuit ne présentant aucune force électromotrice autre que celle de self-induction est proportionnelle au carré de l'intensité efficace et à la résistance. Pour modifier l'intensité d'un courant alternatif il sera donc préférable d'introduire dans le circuit

des bobines de self-induction notable et de faible résistance, car ces dernières seraient le siège d'une consommation d'énergie sensible tandis que les premières ne donneront lieu qu'à une consommation d'énergie presque nulle.

Considérons maintenant le cas encore plus particulier d'une portion de circuit ne présentant qu'une résistance R sans self-induction sensible. On a alors :

$$\cos x = 1 \quad ; \quad J = R \; ;$$

et par suite :

$$(W)_{moy} = \frac{\Delta i}{2} = \frac{1}{2} \frac{\Delta^2}{R} = \frac{D_{eff}^2}{R}$$

D'ailleurs on a aussi, comme dans le cas précédent :

$$(W)_{moy} = \frac{1}{2} R i = R I_{eff}^2$$

De la mesure de $(W)_{moy}$ on pourrait donc déduire alors D_{eff} aussi bien que I_{eff}.

La puissance électrique dépensée dans un conducteur métallique se dissipe sous forme de chaleur. A chaque valeur de la puissance moyenne correspond pour ce fil un échauffement particulier et par suite une dilatation particulière. On pourra donc pour un tel conducteur juger de $(W)_{moy}$ et par suite de D_{eff} qui, ainsi que nous venons de le voir, en dépend, par l'allongement que ce fil

recevra de l'action du courant. Tel est le principe des volt-mètres électrothermiques.

Un voltmètre électrothermique consiste essentiellement en un fil de platine de très faible diamètre et par conséquent de grande résistance qui étant mis en dérivation entre deux points A et B d'un circuit parcouru par un courant est le siège d'un courant dérivé qui l'échauffe et le dilate. La dilatation de ce fil détermine le déplacement d'une aiguille sur un cadran. A chaque valeur de la différence de potentiel efficace existant entre les extrémités du fil, c'est-à-dire entre les bornes de l'appareil, correspond un échauffement particulier, par conséquent une position particulière de l'aiguille sur le cadran, et réciproquement. Si donc, en établissant entre les bornes une série de différences de potentiel connues, on a effectué une graduation préalable de l'instrument on pourra ensuite par une simple lecture de la position de l'aiguille connaître la différence de potentiel existant entre deux points d'un circuit avec lesquels communiquent les bornes de l'appareil.

Un conducteur gros et court de résistance r aux extrémités duquel est relié un voltmètre électrothermique constitue un ampéremètre électrothermique. En effet, ce conducteur étant introduit dans un circuit sera

traversé par un courant sensiblement de même intensité que ce circuit et à chaque valeur de l'intensité correspondra une position particulière de l'aiguille qu'on pourra déter-
-miner par une série d'expériences préalables faites avec des courants d'intensités connues.

— Erratum —

Page	Ligne	Au lieu de	Lire
27	3	Lour	pour
40	note	scope	scopeo
50	3	$a \sin\left(\frac{t}{\frac{1}{3}T} 2\pi + \varphi_3\right)$	$a_3 \sin\left(\frac{t}{\frac{1}{3}T} 2\pi + \varphi_3\right)$
65	12	Froehich	Frölich
73	6	$T =$	$T = T + \varepsilon$
81	note 1	de l'Assoc.	de l'Acad.
82	10	valablco	variables
238	fig. 83	(C	(C'')

Donner à la courbe de la fig. 41 (p. 117) la forme suivante:

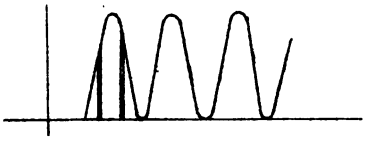


Table des matières

— 1ère Leçon —

Préambule. Les Courants alternatifs. Considérations générales. Programme du Cours.

Préambule. — Première idée des courants alternatifs tirée de l'observation d'effets électrochimiques. Considérations générales sur l'intérêt pratique que présentent ces courants. Aperçu des principales questions que soulève leur étude. Esprit général du Cours.

[Pages 2 - 18]

— 2e Leçon —

Représentation graphique des grandeurs variables. Appareils enregistreurs. Grandeurs périodiques.

Exemples de représentation graphique d'une grandeur variable. Graphiques des Chemins de fer. Sinusoïde. Vecteur représentatif d'une grandeur sinusoïdale. Appareils enregistreurs. Enregistrement photographique. Application à l'étude des oscillations d'un pendule, d'un diapason, d'une plaque de téléphone. Indi-
-cations

fournies par l'examen de la courbe représentative d'une grandeur variable. Caractères particuliers des courbes représentatives des grandeurs périodiques.

[Pages 19 - 35]

— 3e Leçon —

Etude des phénomènes périodiques à variations rapides. Méthode stroboscopique.

Appareils d'épreuves à indications rapides et à indications lentes. Exemples. Etude des phénomènes périodiques à variations rapides. Méthode stroboscopique; Définition générale; Exemples. Criterium des phénomènes périodiques. L'arc électrique produit par un courant alternatif est un phénomène périodique. Application de la méthode stroboscopique à l'étude et au contrôle des mouvements de rotation rapides. Examen des diverses phases d'un phénomène périodique. Application de la méthode stroboscopique à l'étude du mouvement d'oscillation d'une branche de diapason. Importance théorique des grandeurs sinusoïdales. Formule de Fourier.

[Pages 35 - 64]

— 4e Leçon —

Etude expérimentale de la variation de la différence de potentiel entre deux points d'un conducteur parcouru par un courant alternatif.

Méthode du contact instantané. Un conducteur parcouru par un courant alternatif présente une distribution de potentiels variable d'un instant à l'autre. Recherche de la loi de variation de la différence de potentiel entre deux points. Appareils de E. Gérard, de Fœlich, d'Arsonval. Recherches de M. Blondel. Oscillographe de précision. La différence de potentiel entre deux points A et B d'un conducteur parcouru par un courant alternatif dû à une machine à marche uniforme est un phénomène périodique. Application de la méthode stroboscopique. Expériences de M. Joubert.

[Pages 52 - 71]

— 5e Leçon —

Méthodes d'enregistrement des différences de potentiel périodiquement variables.

Principe de la méthode employée par M. Blondel pour obtenir le tracé autographique des courbes périodiques caractéristiques des courants alternatifs. Méthode électrométrique. Dispositif de Bedell, Miller et Vagner. Appareil de M. Blondel. Enregistrement photographique. Méthode galvanométrique. Méthode électrochimique de M. Janet.

[Pages 72 - 91]

— 6e Leçon —

Résultats généraux de l'étude des différences de potentiel périodiquement variables.

Lignes sinuenses. Moyen de reconnaître si une telle ligne est une sinusoïde. Représentation géométrique d'une sinusoïde. Recherche de la loi de variation de la force électromotrice d'une machine alternative. Expériences de M. Joubert sur une machine Siemens. Remarques générales relatives à l'influence de la machine sur la loi de variation de la différence de potentiel entre deux points A et B d'un circuit parcouru par un courant alternatif. Détermination expérimentale du décalage entre la différence de potentiel en question et la force électromotrice de la machine. Théorème général sur les ordonnées d'une sinusoïde distantes d'un quart de période. Comparaison des différences de potentiel en deux couples de points appartenant à un même circuit. Théorème relatif à la somme d'un nombre quelconque de sinusoïdes de même période et à sa représentation graphique.

[Pages 92 - 105]

— 7e Leçon —

Indication des électromètres mis en relation permanente avec des points présentant des différences de potentiel alternatives périodiques. Valeur efficace d'une différence de potentiel alternative périodique.

Effet d'une différence de potentiel alternative périodique : 1°- sur un électromètre à indications lentes du 1er degré ; 2°- sur

un électromètre à indications lentes du 2e degré. Valeur efficace d'une différence de potentiel alternative périodique. Cas d'une différence de potentiel alternative sinusoïdale. Mesure de la différence de phase de deux différences de potentiel sinusoïdales de même période.

[Pages 106 - 122]

— 8e Leçon —

Notion de courant à intensité variable. Courbes d'intensité. Valeur efficace de l'intensité d'un courant alternatif.

Courants alternatifs. Courbes d'intensité. Remarques générales relatives à la comparaison des courbes d'intensités avec les courbes de forces électromotrices. Fréquence, Décalage. Effet d'un courant alternatif périodique : 1° = sur un galvanomètre à indications lentes du 1er degré ; 2° = sur un galvanomètre à indications lentes du 2e degré. Intensité efficace. Cas d'un courant sinusoïdal. Mesure de la différence de phase de deux courants sinusoïdaux de même période.

[Pages 123 - 136]

— 9e Leçon —

Forces électromotrices de self-induction.

Forces électromotrices en général. Forces électromotrices voltaïques, thermoélectriques, inductives. Self-induction. Forces électromotrices de self-induction. Principaux cas

particuliers simples. Résistances non-inductives ; résistances inductives. Coefficient de self-induction.

[Pages 137-152]

— 10e Leçon —

Etude particulière des conducteurs présentant un coefficient de self-induction.

Recherche de la quantité (V+E) connaissant I. Expression de la force électromotrice de self-induction dans le cas d'un courant sinusoïdal. Représentation géométrique. Recherche de I connaissant (V+E). Expression de l'intensité efficace. Application au courant produit par une machine Siemens ; expériences de M. Joubert. Détermination expérimentale des coefficients de self-induction.

[Pages 153-172]

— 11e Leçon —

Courant alternatif dans une portion de circuit comprenant un condensateur

Recherche de (V+E) connaissant I. Cas d'une intensité de courant sinusoïdale. Représentation géométrique. Divers cas particuliers. 1° $L\omega = 0$; 2° $L\omega < \frac{1}{C\omega}$; 3° $L\omega = \frac{1}{C\omega}$; 4° $L\omega > \frac{1}{C\omega}$. Recherche de I connaissant (V+E). Représentation géométrique. Impédance. Réactance.

[Pages 173-194]

— 12e Leçon —

Problèmes relatifs à des groupes de conducteurs.

I. Conducteurs en série.

Réactance d'un tel groupe de conducteurs. Données et inconnues relatives à un groupe de conducteurs en série. Construction géométrique. Discussion. Polygone représentatif d'une série de conducteurs. Applications aux mesures usuelles. Remarque relative à l'emploi des électrodynamomètres.

[Pages 195 - 216]

— 13e Leçon —

Problèmes relatifs à des groupes de conducteurs.

II. Conducteurs en dérivation.

Cas où une seule des branches de la dérivation est le siège d'une force électromotrice donnée : 1°. On donne la différence de potentiel V entre les extrémités du faisceau de conducteurs en dérivation ; 2°. On donne l'intensité du courant dans la branche qui renferme la force électromotrice ; 3°. On donne la force électromotrice. Conducteur unique équivalent à un faisceau de conducteurs en dérivation dépourvus de forces électromotrices. Cas particuliers : 1° Circuit présentant un faisceau de conducteurs dérivés ; 2°. Circuits présentant en série plusieurs faisceaux de conducteurs en dérivation ;

3°. Circuits présentant des dérivations en des points multiples. Application à la mesure de l'intensité d'un courant alternatif à l'aide de l'électrodynamomètre de Carpentier

[Pages 217 - 247]

— 14e Leçon —

Courants alternatifs périodiques non sinusoïdaux.

Moyens de reconnaître si un courant alternatif donné est ou non sinusoïdal. Epreuves graphiques. Formules générales applicables aux courants périodiques non-sinusoïdaux. Application à l'étude des systèmes de distribution de M. Boucherot. Analyse d'un courant périodique non sinusoïdal. Méthodes expérimentales de M. Lupin et de M. C. Claude. Moyens pratiques de réalisation de courants sinusoïdaux.

[Pages 248 - 273]

— 15e Leçon —

Puissance mise en jeu dans une portion de circuit parcourue par un courant alternatif.

Energie mise en jeu par un courant alternatif. Puissance moyenne. Méthodes de mesure : 1°- Méthode du Wattmètre électrostatique (Curie & Blondlot); 2°- Méthode de l'électromètre à quadrants (Potier). Dispositif de Swinburne; 3°- Méthode des trois Voltmètres (Ayrton & Sumpner); 4°- Méthode des trois ampèremètres (Fleming); 5°- Méthode des Electrodynamomètres (Blakesley); 6°- Méthode calorimétrique; 7°- Méthode du Wattmètre électrodynamique (Marcel Deprez). Remarques sur l'expression de la puissance moyenne mise en jeu dans une portion de circuit dans quelques cas particuliers. Voltmètres et ampèremètres électrothermiques.

[Pages 274 - 306]

89089682561

B89089682561A

8908968256 1
b89089682561a